MOTIVAȚIA PROGRAMULUI DE MASTER „ANALIZĂ MATEMATICĂ”
(Context general, misiune si obiective strategice)

Analiza Matematica constituie atat o ramura de sine statatoare a matematicii care ocupa un loc central, alaturi de algebra si de geometrie, in randul materiilor fundamentale, cat si un instrument absolut indispensabil pentru celelalte domenii precum mecanica clasica, ecuatiile fizicii matematice, mecanica cuantica, probabilitati, statistica etc.

Domeniul Analizei Matematice a fost reprezentat in cadrul facultatii noastre de mari profesori, precum Miron Nicolescu, Simion Stoilow, Alexandru Ghika, Gheorghe Marinescu, Martin Jurchescu etc., care au impus scoala romaneasca de Analiza Matematica in intreaga lume. Elevii acestora se afla acum atat in Facultatea de Matematica si Informatica a Universitatii din Bucuresti, cat si in mari centre matematice ale lumii din Statele Unite ale Americii, Franta, Germania, Canada, Suedia etc.

Dezvoltarea acestor traditii si mentinerea scolii romanesti de matematica pe pozitii marcante pe plan mondial impun existenta unui program de studii masterale dedicat Analizei Matematice.

Prezentul program are drept scop asigurarea unei baze solide de cunostinte de Analiza Matematica si initierea studentilor in actualele directii de cercetare din Teoria functiilor, Teoria masurii si integralei, Analiza complexa, Analiza functionala, Analiza numerica, Teoria aproximarii etc. Pentru familiarizarea studentilor cu cele mai moderne teme de cercetare stiintifica sunt prezentate, pe langa teorii si tehnici clasice, cele mai recente rezultate din domeniile aferente acestui program.

Un obiectiv central al programului este cooptarea studentilor la proiecte de cercetare, coordonate de profesorii din cadrul catedrei noastre. Problemele de cercetare propuse studentilor vor putea fi eventual continuate si dezvoltate in cadrul unui program doctoral.

6. PLAN DE ÎNVĂȚĂMÂNT

Anul I (2008-2009)

Nr. crt.	Disciplina	Semestrul I				Semestrul II			
		Nr. ore curs	Nr. ore sem/lab	Eva-luare	Nr. credite	Nr. ore curs	Nr. ore sem/lab	Eva-luare	Nr. credite
1	Teoria functiilor	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
2	Topologie	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
3	Geometrie Riemanniana	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
4	Metode variationale	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
5	Grupuri si reprezentari	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5
6	Calcul stochastic si aplicatii in finante	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5
7	Modele ale cercetarii operationale	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5
8	Algebra omologica	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5

Anul II (2009-2010)

Nr. crt.	Disciplina	Semestrul I				Semestrul II			
		Nr. ore curs	Nr. ore sem/lab	Eva-luare	Nr. credite	Nr. ore curs	Nr. ore sem/lab	Eva-luare	Nr. credite
1	Capitole speciale de analiza numerica	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
2	Analiza armonica necomutativa	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
3	Teorie spectrala	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
4	Teoria cvasiconformitatii si cvasiregularitatii	2	2	Ex.	7,5	-	-	-	-
5	Teoria masurii si integrarii vectoriale	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5
6	Spatii Banach de functii si teoreme de interpolare	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5
7	Teoria fractalilor	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5
8	Analiza pe grupuri local compacte, hipergrupuri si semigrupuri topologice	-	-	-	-	2	2	Ex.	7,5

7.1. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

Titlul: Teoria functiilor
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul I
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Inzestrarea studentilor la programul de masterat de Analiza matematica cu notiuni utilizate in cadrul materiile aferente anului II, precum si a studentilor de la alte programe de master cu notiuni de analiza matematica ce le vor fi necesare ulterior.

Programa

1. **Complemente de topologie generala:** Teoria convergentei descrisa cu siruri generalizate. Elemente de teoria spatiilor uniforme. Continuitatea uniforma. Convergenta uniforma.
2. **Complemente de teoria masurii si integralei:** Teorema de descompunere a lui Lebesgue**.** Teorema schimbarii de variabila pentru integrala Lebesgue n-dimensionala. Masura si dimensiunea Hausdorff. Masuri vectoriale si integrarea vectoriala. Elemente de teoria operatorilor spectrali.
3. **Elemente de teoria punctelor fixe:** Teoreme de punct fix de tip Picard-Banach. Siruri de functii cu valori multimi si teoria punctelor fixe. Teoreme de punct fix probabilistice.
4. **Elemente de analiza pe varietati:** Teorema de scufundare a lui Whitney. Integrarea pe lanturi. Integrarea pe varietati. Teoreme de tip Stokes.

Bibliografie

1. *Dugundji James*, **Topology**, Allyn and Bacon Series in Advanced Mathematics. Allyn and Bacon, Inc., Boston, Mass.-London-Sydney, 1978.
2. *Kelley Johny*, **General Topology,** Graduate Texts in Mathematics, No. 27. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1975, Springer.
3. *Chitescu Ion***, Spatii de functii**, Editura Stiintifica si Enciclopedica, Bucuresti, 1983.
4. *Dinculeanu Nicolae*, **Vector measures**, International Series of Monographs in Pure and Applied Mathematics, Vol. 95 Pergamon Press, Oxford-New York-Toronto, Ont.; VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1967.
5. *James Dugunji si Andrzej Granas*, **Fixed point theory**, Springer, 2003.
6. *Vasile Istratescu*, **Introducere in teoria punctelor fixe**, Editura Academiei, Bucuresti, 1973.
7. *Jurchescu Martin*, **Introducere in analiza pe varietati**, Editura Universitatii din Bucuresti, 1980
8. *Michael Spivak*, **Calculus on Manifolds: A Modern Approach to Classical Theorems of Advanced Calculus,** W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1965.

7.2. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

Titlul: Topologie
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul I
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Cursul isi propune consolidarea, sistematizarea si completarea unor notiuni fundamentale de topologie algebrica si de topologie diferentiala cu aplicatii in diverse teorii moderne de matematica si de fizica-matematica.

Programa

1. Omotopie
2. Grup fundamental
3. Proiectii de acoperire
4. Complexe simpliciale
5. Complexe simpliciale geometrice
6. Complexe de lanturi
7. Omologie
8. Omologie simpliciala
9. Omologie singulara
10. Siruri Mayer-Vietoris
11. Coomologie
12. Varietati topologice
13. Dualitate in varietati topologice
14. CW-complexe
15. Teorema lui Sard
16. Teorema lui Brown
17. Teorema lui Brouwer de punct fix
18. Elemente de teorie Morse
19. Clase Stiefel-Whitney
20. Clase Chern si clase Pontrjagin
21. Invarianti Seiberg-Witten

Bibliografie

1. *J. Milnor*, **Topology from the Differentiable Viewpoint**, The Univ. Press of Virginia. IX, 1965.
2. *J. Milnor*, **Morse Theory**, Princeton University Press, VI, 1963.
3. *J. Milnor, J. Stasheff*, **Characteristic Classes**, Princeton University Press and University of Tokyo Press. VII, 1974.
4. *J. D. Moore*, **Lectures on Seiberg- Witten Invariants**, Lecture Notes in Mathematics, 1629, Springer 1996.
5. *E. Spanier*, **Algebraic Topology**, Springer-Verlag. XIV, 1982.
6. *C. Teleman*, **Elemente de topologie si varietati diferentiabile**, Ed. Did. Pedagogica, 1964.

7.3. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

Titlul: Geometrie Riemanniana
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul I
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Cursul se adreseaza studentilor dornici sa aprofundeze Geometria diferentiala globala si sa inteleaga teoria geometrica a grupurilor Lie. Se studiaza legatura intre invariantii geometrici si topologici ai unei varietati riemanniene, demonstrandu-se unele teoreme de comparatie (care dau conditii suficiente pentru ca o varietate riemanniana sa fie homeomorfa, difeomorfa sau izometrica cu o varietate etalon, de obicei cu o forma spatiala).

Programa

1. Elemente introductive de grupuri si de algebre Lie.
2. Grupuri Lie de transformari
3. Conexiuni invariante pe grupuri Lie
4. Metrici semi-riemanniene invariante pe grupuri Lie
5. Structuri (aproape) simplectice si (aproape) complexe invariante pe grupuri Lie
6. Proprietati globale ale geodezicelor
7. Aplicatia exponentiala. Campuri Jacobi.
8. Legatura intre curbura si comportarea geodezicelor
9. Completitudine pe varietati riemanniene. Teorema Hopf-Rinow.
10. Teorema lui Hadamard
11. Clasificarea varietatilor cu curbura constanta
12. Teoreme de comparatie (Myers, Klingenberg, Rauch)

Bibliografie

1. *M. Berger*, *A* **Panoramic View of Riemannian Geometry**, Springer, 2003.
2. *M. Do Carmo*, **Riemannian Geometry**, Birkhauser, 1992.
3. *L. Nicolescu*, **Grupuri Lie**, Ed. Univ. Bucuresti, 1994.
4. *L. Nicolescu, I. Pop, G. Pripoae*, **Culegere de probleme de grupuri Lie**, Tip. Univ. Bucuresti, 1987.
5. *L. Nicolescu, G. Pripoae, C. Zara*, **Teoreme si probleme de grupuri Lie**, Ed. Univ. Bucuresti, 1996.

7.4. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

TITLUL: METODE VARIAŢIONALE
STATUTUL: obligatoriu
NR.ORE / SĂPTĂMÂNĂ: curs 2; seminar 2
SEMESTRUL: 1
FORMA DE EXAMINARE: examen
CREDITE: 7.5

Obiective: Cursul isi propune sa realizeze o buna introducere in teoria punctelor aproape critice (via principiul variational al lui Ekeland), critice (cu celebra teorema a trecatorii montane) si, pe aceastabaza, a punctelor de minim pentru functionale convexe. Aplicatiile vizeaza teoreme de mini-max (ky Fan, von Neumann), teorema de existenta a echilibrului Nash si studiul unor probleme eliptice cu operatori potentiali.

Programa

1. Funcţii inferior semicontinue. Inferior semicontinuitatea ca proprietate naturală în studiul problemelor de minim. Funcţii inferior semicontinue pe spaţii compacte. Funcţii slab inferior semicontinue pe spaţii Banach reflexive. Şiruri minimizante.
1. 2.Funcţionale convexe. Epigraf, mulţimi de nivel. Inferior semicontinuitatea funcţionalelor convexe. Continuitatea funcţionalelor convexe pe interiorul domeniului de definiţie. Polara. Teorema Fenchel-Moreau. Subgradientul funcţionalelor convexe. Aplicaţii de dualitate. Calculul subdiferenţial şi probleme de minim. Strategii generale pentru căutarea punctelor de minim ale funcţionalelor convexe.
2. Puncte critice. Principiul variaţional al lui Ekeland. Existenţa punctelor aproape-critice. Condiţia Palais-Smale. Existenţa punctelor critice. Teorema trecătorii montane (Ambrosetti-Rabinowitz). Aplicaţii la studiul operatorilor eliptici neliniari. Alte teoreme de mini-max: Ky Fan-von Neumann, Kakutani.
3. Aplicaţii multivoce. Teorema Debreu-Gale-Nikaido. Teorema de punct fix a lui Ky Fan. Teorema lui Nash.
4. Probleme variaţionale corect puse. Probleme variaţionale corect puse în sensul lui Tihonov. O variantă multivocă a teoremei de extensie a lui Friedrichs. Aplicaţii în studiul variaţional al operatorilor potenţiali.

Bibliografie

1. J-P. Aubin, *Optima and Equilibria*, Springer – Verlag,1993.
2. G. Dincă, *Metode variaţionale şi aplicaţii*, Editura Tehnică, 1980.
3. J. Céa, *Optimisation.Théorie et Algorithmes*, Dunod, 1971.
4. O. Kavian, *Introduction à la théorie des points critiques*, Springer-Verlag, 1993.
5. J. Mawhin, M. Willem, *Critical Point Theory and Hamiltonian Systems*, Springer-Verlag, 1989.

7.5. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Grupuri si reprezentari
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5
Obiective: Cursul prezinta concepte si rezultate importante din teoria grupurilor legate de actiuni ale grupurilor pe multimi, p-grupuri, grupuri simple. Sunt demonstrate mai multe rezultate de clasificare, totodata fiind prezentate tehnici folosite la clasificarea grupurilor finite. Este prezentata o introducere in teoria reprezentarilor de grupuri, demonstrandu-se cateva rezultate importante legate de reprezentari complet reductibile si grupuri rezolubile.

Programa

1. Actiuni ale grupurilor pe multimi.
2. p-grupuri si teoremele lui Sylow.
3. Produse semidirecte.
4. Rezultate de clasificare pentru grupuri finite: ordin p^2, p^3, pq (p si q prime).
5. Grupuri simple.
6. Teorema Schur-Zassenhaus.
7. Serii de compozitie: teorema Jordan-Holder.
8. Grupuri nilpotente si rezolubile.
9. Categoria reprezentarilor liniare ale unui grup.
10. Reprezentari complet reductibile: teorema Maschke.
11. Teoria caracterelor grupurilor finite.
12. Teorema $p^\alpha q^\beta$ a lui Burnside.

Bibliografie

1. *T. Albu, N. Manolache*, **19 lectii de teoria grupurilor**, Editura Universitatii Bucuresti, 1987.
2. *Alperin, J.L., Bell, Rowen B.*, **Groups and representations**, Graduate Texts in Mathematics , Vol. 162 , Springer Verlag, 1995.
3. *J. J. Rotman*, **An Introduction to the Theory of Groups**, Graduate Texts in Mathematics , Vol. 148, Springer Verlag, 1999.

7.6. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

Titlul: Calcul stochastic si aplicatii in finante
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.:   2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5
Obiective: Prezentarea elementelor de baza de analiza stocastica discreta si a celor doua teoreme fundamentale ale matematicilor financiare. Constructia integralei stocastice Browniene

Programa

1. Martingale discrete(8c+2s)
2. Piete financiare discrete. Stategii financiare (6c+2s)
3. Cele doua teoreme fundamentale ale matematicilor financiare. Exemple de modele financiare discrete (8c+3s)
4. Integrala stocastica browniana (8c+3s)
5. Formula Ito (6c+2s)
6. Martingale exponentiale si teorema Girsanov (6c+2s)

Bibliografie

1. *I. Karatzas, S. Shreve*, **Mathematical Finance**, Springer Verlag, 1995.
2. *G. Licea*, **Procese si Aplicatii**. **Partea I**,   Editura Universitatii Bucuresti, 2003.
3. *G. Licea*, **Procese si Aplicatii. Partea II**,   Editura Universitatii Bucuresti, 2005.
4. *C. Tudor*, **Teoria Probabilitatilor**. Editura Universitatii Bucuresti, 2004.
5. *C. Tudor , M. Tudor*, Procese **Aleatoare si Modele de Piata Financiara**, Editura Universitatii Bucuresti, 2005.

7.7. **FIŞA UNITĂȚII DE CURS**

Titlul: Modele ale cercetarii operationale
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5
Obiective: Pune la dispozitia studentilor rezultate generale si recente din diferite ramuri importante ale Cercetarilor Operationale.

Programa

1. Optimizare fara restrictii (6c+3s)
2. Optimizare cu restrictii (6c+3s)
3. Optimizare multicriteriala (6c+2s)
4. Optimizare dinamica (8c+3s)
5. Modele de teoria sistemelor de asteptare (6c+1s)
6. Modele matematice in economie (6c+1s)
7. Modele de teoria fiabilitatii (6c+1s)

Bibliografie

1. *A. Stefanescu, C. Zidaroiu*, **Cercetari Operationale**, Editura Didactica si Pedagogica, Bucuresti, 1981.
2. *C. Zidaroiu*, **Decizii multicriteriale**, Editura Universitătii din Bucuresti, 1999.
3. *Gh. Mihoc, A. Muja, E. Diatcu*, **Bazele matematice ale teoriei fiabilitatii**, Editura Dacia, Cluj, 1976.
4. *D. G. Luenberger*, **Linear and nonlinear programming**, Addison-Wesley, 1989.

7.8. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

Titlul: Algebra omologica
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Algebra omologică oferă instrumente şi tehnici de lucru fundamentale pentru numeroase domenii din matematica modernă (algebră, geometrie algebrică şi diferenţială, topologie algebrică, analiză complexă, teoria operatorilor, etc.). Cursul îşi propune să realizeze o introducere în algebra omologică, prezentând noţiunile şi rezultatele de bază: complexe de (co)lanţuri şi (co)omologia complexelor, rezoluţii proiective şi injective, construcţia functorilor derivaţi, precum şi aplicaţii ale acestora la studiul grupurilor, şi algebrelor asociative.

Programa

1. **Categorii şi functori:** Definiţii, exemple, functori aditivi, functori exacţi.
2. **Complexe de lanţuri şi colanţuri:** Definiţii şi proprietăţi elementare. Categoria complexelor de (co)lanţuri. Operaţii cu complexe, şiruri exacte de complexe. Morfisme omotope. Exemple din alte domenii ale matematicii.
3. **(Co)omologia complexelor:** Definiţie şi proprietăţi elementare. Şirul exact lung în (co)omologie şi aplicaţii ale acestuia la calculul (co)omologiei.
4. **Module proiective şi injective:** Caracterizări echivalente. În categoriile de module există suficiente obiecte injective şi proiective.
5. **Rezoluţii proiective şi injective:** Existenţa rezoluţiilor proiective şi injective în categorii de module. Teorema de comparare a rezoluţiilor. Exemple.
6. **Functori derivaţi:** Construcţia functorilor derivaţi la stânga şi la dreapta. Proprietăţi ale functorilor derivaţi.
7. **Functorii Tor şi Ext**: Caracterizări ale modulelor proiective, injective şi plate folosind Tor şi Ext. Dimensiune proiectivă, injectivă, plată şi globală. Inele de dimensiune mică. Functorul Ext si extensiile de module.
8. **Aplicaţii ale functorilor derivaţi la studiul grupurilor:** Definirea (co)omologiei grupurilor. Rezoluţia Bar. Complexul standard. Clasificarea extensiilor cu nucleu abelian. Calculul (co)omologiei grupurilor ciclice.
9. **Aplicaţii ale functorilor derivaţi la studiul algebrelor asociative:** (Co)omologiei Hochschild. Rezoluţia şi complexul standard. Calculul primului grup de coomologie Hochschild. Clasificarea extinderilor de algebre. Algebre de dimensiune Hochschild cel mult.

Bibliografie

1. *Joseph J. Rotman*, **An Introduction to Homological Algebra**, Pure and Applied Mathematics, Academic Press, 1979.
2. *L.R. Vermani*, **An Elementary Approach to Homological Algebra**, CRC Press, 2003.
3. *Charles Weibel*, **An introduction to homological algebra**, Cambridge Studies in Advanced Mathematics **38**, Cambridge University Press, 1994.

7.9. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

Titlul: Capitole speciale de analiza numerica
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul I
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5
Obiective: Ne propunem ca, pe de o parte, studentii sa deprinda tehnici de analiza functionala in rezolvarea unor probleme de analiza numerica, iar pe de alta parte sa urmareasca extinderea unele rezultate de analiza numerica la cadrul mai general al analizei functionale. De asemenea dorim ca studentii sa descopere metode eficiente pentru aproximarea spectrului unei matrice si a solutiilor ecuatiilor diferentiale, cat si metode de accelerare a convergentei pentru unele procese iterative.

Programa

1. Ecuatii operatoriale cu operatori liniari compacti: teoria Riesz-Schauder, metoda lui Jacobi, discretizare in spatii cu baza Schauder, relaxare.
2. Aproximarea spectrului: metoda Jacobi, metoda puterilor, metoda LU, metoda QR.
3. Metoda lui Ritz: tratarea variationala a unor ecuatii operatoriale, discretizare in spatii Hilbert cu baza numarabila, aplicatii la problema Sturm-Liouville, aproximarea razei spectrale.
4. Metode numerice pentru ecuatii diferentiale.
5. Accelerarea vitezei de convergenta a proceselor iterative: teorema lui Toeplitz, procedee regulate de numarare, extrapolare Richardson, formula Euler-MacLaurin, metoda lui Romberg, algoritmul Δ^2.

Bibliografie

1. *Gh. Grigore*, **Lectii de analiza numerica**, Bucuresti, 1990.
2. *F. Chatlin*, **Valeurs propes de matrices**, Masson 1990.
3. *Gh. Coman*, **Analiza numerica si teoria aproximarii**, Cluj 2000.

7. 10. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

Titlul: Analiza armonica necomutativa
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Cursul prezinta cateva capitole introductive de analiza armonica necomutativa: reprezentari de grupuri si de C*-algebre, clasificarea factorilor von Neumann si indexul Jones pentru subfactori. In functie de dorintele studentilor, si alte capitole pot fi aprofundate (de exemplu functii speciale si reprezentari de grupuri, reprezentarile altor grupuri concrete specifice). In planul de mai jos un loc special este acordat grupului ne-local compact U(infinit) ale carui reprezentari pot fi totusi studiate recurgand la C*-algebre (aproximativ finit dimensionale).

Programa

1. **Preliminarii (Recapitulare):** Principalele rezultate referitoare la serii Fourier si Integrale Fourier. Calcul functional borelian pentru operatori normali pe spatii
2. Hilbert.
3. **Reprezentari de grupuri compacte**: Teorema Peter-Weyl. Dualitate Tannaka. Grupurile S(n) si U(n) si reprezentarile lor. Diagrame Young. Teorema de comutare a lui Hermann Weyl.
4. **C*-algebre asociate grupurilor topologice**: Corespondenta dintre reprezentari. Grupul ne local compact U(infinit) si grupul S(infinit).
5. **Factori von Neumann**: Rezultate fundamentale (Teorema von Neumann, Teorema Kaplansky). Geometria proiectorilor. Existenta si unicitatea urmei pe factori. Teorema spatiala a lui von Neumann. Dimensiunea unui spatiu Hilbert relativ la un factor. Invarianti spatiali.
6. **Indexul Jones:** Constructia indexului si a turnului Jones. Valorile indexului < 4 : 4 cos patrat de (Pi/n).

Bibliografie

1. *M.A.Naimark* , **Theory of Group Representations,** Nauka, Moscow
2. *D.L.Zhelobenko*, **Compact Lie Groups and their Representations,** Nauka Moscow
3. *Vaughan Jones*, **Index for Subfactors**, Invent.Math. 1983
4. *Serban Stratila*, Lectures on von Neumann Algebras**,** Editura Academie & Abacus Press, 1979
5. *Serban Stratila, Dan Voiculescu* , **Representations of the Group U(infinity) and AF-Algebras**, Lecture Notes in Mathematics, Springer Verlag
6. *Serban Stratila*, **Note de Curs asupra Factorilor si a Indexului Jones,** manuscris.

7.11. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Teorie spectrala
Statutul: Obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul I
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Cursul asigura cunostintele de teorie spectrala necesare atat celor care vor sa se specializeze in domeniul teoriei operatorilor si algebrelor de operatori, cat si celor care folosesc teoria spectrala in abordarea altor domenii: ecuatii diferentiale si cu derivate partiale, fizica matematica, mecanica si mecanica cuantica.

Programa
Teorema de descompunere spectrala in dimensiune finita. Calculul functional analitic pentru operatori marginiti sau inchisi in spatii Banach. Formula de tip Taylor pentru calculul functional analitic.Teoria spectrala a operatorilor compacti Teoreme Tauberiene. Semigrupuri de operatori in spatii Banach. Teorie spectrala in spatii Hilbert. Calcul functional continuu pentru operatori autoadjuncti,masuri spectrale si calculul functional borelian. Diagonalizarea operatorilor autoadjuncti, descompunerea Lebesgue a spectrului. Masuri spectrale cu valori proiectori, calculul spectrului. Calculul functional pentru operatori normali si unitari. Dilatari unitare si calculul functional pentru contractii. Teorie spectrala pentru operatori nemarginiti in spatii Hilbert. Adjunctul unui operator inchis,operatori simetrici si autoadjuncti. Diagonalizarea operatorilor autoadjuncti nemarginiti. Calculul functional borelian margini, descrierea fenomenului de nemarginire pentru operatori autoadjunti, modelul functional, comutativitatea cu calculul functional. Calculul functional borelian general pentru operatori autoadjuncti nemarginiti Comutativitate pentru operatori autoadjuncti. Semigrupuri tare continui.Teorema lui Stone. Prelungiri autoadjuncte ale operatorilor simetrici. Indici de defect, spatii de defect, descrierea extensiilor autoadjuncte. Teorema de extensie J. von Neumann. Problema momentelor in R. Extensia Friedrichs si aplicatii. Clase de operatori cu teorie spectrala consistenta in spatii Banach. Operatori scalari si spectrali Dunford. Operatori scalari si spectrali generalizati. Teorie spectrala pentru sisteme de operatori. Sisteme comutative. Sisteme necomutative, algebre Lie de operatori marginiti.

Bibliografie

1. *I. Colojoara & C. Foias*, **Theory of spectral generalized operator,** Gordon & Breach, 1968.
2. *N. Dunford & J. Schwartz*, **Linear Operators**, Part I, II, III, Interscience,1958, 1968, 1971.
3. *FH Vasilescu*, **Calcul functional analitic multidimensional**, Ed.Academiei, 1979.
4. *M. Sabac*, **Teorie spectrala elementara**, Biblioteca Societatii de Stiinte Matematice din Romania, 2002.
5. *D.Beltita & M.Sabac,* **Lie algebras of bounded operators**, Birkhauser Verlag, Basel-Boston-Berlin, 2001.

7.12. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Teoria cvasiconformitatii si cvasiregularitatii
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs ; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5
Obiective:

Programa

1. Integrala liniară. Modulul unei familii de drumuri. Modulul cilindrului şi inelului sferic. Inele. Funcții importante în care intervin inele.
2. Difeomorfisme cvasiconforme. Extensia la frontieră şi distorsia aplicaților cvasiconforme. Familii normale . Proprietatea de echicontinuitate a unei familii de aplicații K-cvasiconforme. Şiruri de funcții K-cvasiconforme. Teorema lui Fuglede. Teorema Rademacher-Stepanov.
3. Echivalența celor trei definiții ale cvasiconformității (geometrică, metrică şi analitică). Condiția (N). Teorema reflecției pentru aplicații cvasiconforme. Limite uniforme de aplicații K-cvasiconforme. Coeficienți de cvasiconformitate.
4. Funcții cvasiregulate. Caracterizarea condiției ACL^n . Teorema de schimbare de variabilă pentru aplicații cvasiregulate. Caracterizarea aplicațiilor continue, deschise şi discrete în R^n . Inegalitatea modulară K_0 . Caracterizarea cvasiregularității via dilatarea liniară şi dilatarea liniară inversă.
5. Inegalitatea modulară a lui Poleckii. Capacitatea unui condensator. Mulțimi de capacitate nulă. Inegalități capacitare ce caracterizează aplicațiile cvasiregulate. Eliminarea mulțimilor singulare de capacitate nulă ale aplicațiilor cvasiregulate. Extensia la frontieră a aplicațiilor cvasiregulate. Modulul de continuitate al aplicațiilor cvasiregulate. Teorema lui Picard pentru funcții cvasiregulate. Teorema lui Zorici.

Bibliografie

1. *J. Vaisala*, **Lectures on n-Dimensional Quasiconformal Mappings**, Lecture Notes in Math., 229, Springer-Verlag, 1971.
2. *S. Rickman*, **Quasiregular Mappings**, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1993.
3. *M. Cristea*, **Teoria Topologică a Funcțiilor Analitice**, Editura Univ. Bucureşti, 1999.

7.13. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Masuri vectoriale. Integrarea vectoriala
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs ; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: La finele cursului, masteranzii vor fi familiarizati cu conceptele fundamentale din teoria masurilor vectoriale si teoria integrarii vectoriale. De asemenea, vor fi familiarizati cu reprezentarea integrala a operatiilor liniare si continue pe cateva spatii functionale concrete.

Programa

1. Generalitati despre masurile vectoriale. Teorema lui Kluvanek.
2. Functii de multime pozitive asociate unei masuri vectoriale
3. Masuri s-aditive
4. Extinderea masurilor vectoriale
5. Teoreme fundamentale privind teoria masurilor vectoriale: teorema Bartle-Dunford-Schwartz, teorema Vitali-Hahn-Saks, teorema lui Nikodym, teorema lui Pettis, teorema de regularitate Dinculeanu-Kluvanek
6. Integrarea unei functii vectoriale in raport cu no masura pozitiva. Integralele Dunford, Pettis si Bochner.
7. Integrarea unei functii scalare in raport cu o masura vectoriala.
8. Integrarea generala-bilineara (integrarea unei functii vectoriale in raport cu o masura vectoriala)
9. Reprezentarea integrala a unor operatii liniare.

Bibliografie

1. *I. Chitescu*, **Spatii de functii**, Editura Stiintifica si Enciclopedica, Bucuresti, 1983.
2. *J. Diestel, J.J. Uhl Jr.,* **Vector Measures,***,* American Mathematical Society, Mathematical Surveys 15, Providence, Rhode Island, 1977.
3. *N. Dinculeanuy*, **Vector Measures,** Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin, 1966.

7. 14. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Spatii Banach de functii si teoreme de interpolare
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.:   2 curs ; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Scopul cursului este sa faca cunoscut studentilor cateva teoreme clasice de interpolare pentru operatorii liniari si marginiti pe spatii de functii; precum Teorema Riesz Thorin, teorema Marcinkiewicz, teorema lui Calderon Miteaghin si teorema lui Boyd.

Programa

1. Spatii Banach de functii, spatii asociate, teorema Lorentz-Luxemburg, norme absolut continui.
2. Rearanjamente descrescatoare, spatii invariante la rearanjamente descrescatoare, functia maximala Hardy- Littlewood, spatii rezonante.
3. Teorema de interpolare Calderon-Miteaghin pentru spatii invariante la rearanjari, aplicatii la convergenta seriilor Fourier.
4. Teorema Riesz-Thorin.
5. Teorema Marcinkiewicz.
6. Teorema lui Boyd, cu aplicatii la transformarea Hilbert.

Bibliografie

1. *Colin Bennett and Robert Sharpley*, Interpolation of Linear operators, Academic Press, New York, 1988.
2. *Kehe Zhu*, Linear operators on Banach function spaces, Marcel Dekker, New-York, 1990.

7. 15. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Teoria fractalilor
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs ; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5

Obiective: Intelegerea modului in care fractalii sunt utilizati pentru a realiza modele matematice ale diverselor structuri din lumea inconjuratoare (ca de exemplu descrierea formei norilor, galaxiilor, florilor, frunzelor, crestelor de munti, torentilor de apa etc), intelegerea modului in care un sistem iterativ de functii defineste un fractal, calcularea dimensiunii unui fractal, utilizarea algoritmului Escape Time in vederea obtinerii unor reprezentari grafice a multimilor fractale

Programa

1. **Elemente de topologie generala:** Spatii topologice, spatii metrice. Multimi compacte, proprietati. Metrizabilitatea spatiilor topologice. Metrica Hausdorff-Pompeiu; spatiul fractalilor.
2. **Teoreme de punct fix:** Puncte fixe in multimi ordonate. Principiul contractiei al lui Banach si generalizari. Teorema lui Brower. Aplicatii.
3. **Sisteme iterative de functii (I.F.S.):** Atractorul unui sistem iterativ de functii (multimi autosimilare). Exemple (multimi de tip Cantor, Eggleston, triunghiul lui Sierpinsky, curba lui Koch, functia lui Weierstrass etc.). Sisteme iterative de functii cu probabilitati (I.F.S.p.). Continuitatea atractorului unui sistem iterativ de functii.
4. **Masura si dimensiunea Hausdorff:** Definitie si proprietati. Exemple de calcul. Legatura cu masura Lebesgue
5. **Complemente:** Multimi Julia (definitie, exemple, legatura cu multimile fractale). Familii de multimi fractale si multimi Julia. Multimi Mandelbrot. Aplicatii diverse.

Bibliografie

1. *M. F. Barnsley*, Fractals everywhere, Academic Press, 1988.
2. *K. Falconer,* Fractal geometry: mathematical foundations and applications*,* John Wiley and Sons, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore, 1990.
3. *J. Kelley*, General Topology, Graduate Texts in Mathematics, No. 27. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1975.
4. *I.A.Rus*, Principii si aplicatii ale teoriei punctului fix, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1979.
5. *N. A. Secelean*, Măsură şi Fractali, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, 2002.

7. 16. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Analiza pe grupuri local compacte, hipergrupuri, semigrupuri topologice
Statutul: obligatoriu
Nr.ore/sapt.: 2 curs ; 2 seminar
Anul/Semestrul: Anul II, Semestrul II
Forma de examinare: examen
Credite: 7,5
Obiective: La finele cursului masteranzii vor fi familiarizati cu proprietatile grupurilor local compacte, semigrupurilor topologice si hipergrupurilor, ale functiilor pozitiv definite pe grupuri local compacte, precum si ale celor aproape periodice pe semigrupuri. De asemenea, vor fi familiarizati cu notiunea de amenabilitate, de convolutie si cu rezultate de aproximare de tip Korovnik.

Programa

1. Grupuri local compacte, semigupuri topologice, hipergrupuri: proprietati structurale, spatii de functii, masuri. Masuri (sub)invariante (Haar). Algebre de convolutie grupale, semigrupale, hipergrupale: definitie, proprietati. Forme pozitive pe algebre involutive cu unitate aproximativa. Legatura dintre reprezentarile grupului si cele ale algebrei L^1, C*-algebra si C* algebra redusa (grupuri local comp., semigupuri topologice, hipergrupuri).
2. Functii pozitiv (cvasipozitiv) definite pe grupuri local compacte: proprietati, legatura cu reprezentarile si formele pozitive, topologia Fell. Dualul, topologia Gelfand, egalitatea cu topologia Fell. Cazul comutativ: Teorema de reprezentare a algebrei L^1, Teorema Bochner, Teorema de inversiune, Teorema Plancherel si Teorema de dualitate a lui Pontryagin. Generalizari ale teoriei dualitatii la hipergrupuri si semigrupuri inverse.
3. Functii (slab) aproape periodice pe (semi)grupuri: Compactificarea si existenta mediei, Teorema Ryll-Nardzewski, Teorema Ellis. Functii aproape periodice pe hipergrupuri: functiile aproape periodice nu formeaza o algebra; moduri de abordare a patologiei.
4. Semigrupuri, grupuri local compacte, hipergrupuri amenabile. Proprietati ale grupurilor local compacte amenabile cu generalizari la semigrupuri, hipergrupuri: proprietati de tip Reiter, Glicksberg, Godement, slaba continere, stationaritate.
5. Convolutori (pe semi și hipergrupuri): structura, proprietati. Teorema Brainard-Edwards.
6. Aproximare de tip Korovkin in algebre Segal (grupuri, hipergrupuri).

Bibliografie

1. *Altomare, F., Campiti, M*., **Korovkin-type approximation theory and its applications**, de Gruyter, Berlin New-York, 1994.
2. *Burckel, R. B*., **Weakly almost periodic functions on semigroups**, Gordon and Breach Sience Publ., New-York, 1970.
3. *Hewitt, E., Ross*, *K. A*., **Abstract Harmonic analysis I, II**, Springer, 1970.
4. *Jewett, R. I*., **Spaces with an abstract convolution of measures**, Advances Math. 18 (1975), 1-101.
5. *Larsen, R*., **An introduction to the theory of multipliers**, Springer-Verlag, Berlin-Heideberg-New York, 1971.
6. *Pavel, L*., **Hipergrupuri**, Editura Academiei, 2000.
7. *Pier, J. P*., **Amenable locally compact groups**, Wiley & Sons, Inc., New York, 1984.
8. *Rudin, W*., **Fourier analysis on groups**, New-York, Interscience Publishers, 1962.
9. *Stroppel, M*., **Locally compact groups**, EMS-Textbooks in Math., 2006.
10. *Skantharajah, M*., **Amenable hypergroups**, Illinois J. Math., 36 (1992), 15-46.

Nota: În monografiile de referinta se vor parcurge numai capitolele care fac parte din programa cursului.

8.1. PROGRAMA ANALITICĂ
pentru concursul de admitere

Prima probă – examen scris

Programă

I. TEORIA MĂSURII:
1. Spații măsurabile şi funcții măsurabile
2. Măsuri pozitive; integrarea în raport cu o măsură pozitivă
3. Teoremele de convergență monotonă şi de trecere la limită sub integrală (teorema lui Lebesgue)

II. ANALIZĂ COMPLEXĂ:
1. Funcții olomorfe
2. Formula lui Cauchy
3. Condiții echivalente de olomorfie
4. Teoremele lui Weierstrass, Liouville şi a maximului modulului
5. Puncte singulare; teorema reziduurilor

III. ANALIZĂ FUNCȚIONALĂ:
1. Prelungirea funcționalelor liniare şi continue
2. Proprietatea Baire pentru spatii metrice complete
3. Teorema Banach-Steinhaus
4. Teorema lui Banach privind aplicațiile deschise; consecințe
5. Teorema graficului închis
6. Teorema lui Riesz privind reprezentarea funcționalelor liniare şi continue pe un spațiu Hilbert
7. Baze în spații Hilbert
8. Operatori compacți

Bibliografie

1. *Romulus Cristescu* , **Analiză funcțională**, Editura Didactica si pedagogica, Bucuresti 1983.
2. *Ion Chitescu si Nicolae-Adrian Secelean*, **Elemente de Teoria Masurii si Integralei**, Editura Fundatiei "Romania de Maine", Bucuresti, 1999.
3. *Miron Nicolescu* , **Funcții reale şi elemente de analiză funcțională**, Editura Didactica si Pedagogica, 1962
4. *Irina Rizzoli*, **Introducere în teoria funcțiilor de o variabila complexa**, Editura Universitatii din Bucuresti, 1999.

8.2. PROGRAMA ANALITICĂ
pentru concursul de admitere

A doua probă – examen oral

Programă

I. TEORIA MĂSURII:

1. Spaţii măsurabile şi funcţii măsurabile
2. Măsuri pozitive; integrarea în raport cu o măsură pozitivă
3. Teoremele de convergenţă monotonă şi de trecere la limită sub integrală (teorema lui Lebesgue)

II. ANALIZĂ COMPLEXĂ:

1. Funcţii olomorfe
2. Formula lui Cauchy
3. Condiţii echivalente de olomorfie
4. Teoremele lui Weierstrass, Liouville şi a maximului modulului
5. Puncte singulare; teorema reziduurilor

III. ANALIZĂ FUNCŢIONALĂ:

1. Prelungirea funcţionalelor liniare şi continue
2. Proprietatea Baire pentru spatii metrice complete
3. Teorema Banach-Steinhaus
4. Teorema lui Banach privind aplicaţiile deschise; consecinţe
5. Teorema graficului închis
6. Teorema lui Riesz privind reprezentarea funcţionalelor liniare şi continue pe un spaţiu Hilbert
7. Baze în spaţii Hilbert
8. Operatori compacţi

Bibliografie

1. *Romulus Cristescu*, **Analiză funcţională**, Editura Didactica si pedagogica, Bucuresti 1983.
2. *Ion Chitescu si Nicolae-Adrian Secelean*, **Elemente de Teoria Masurii si Integralei**, Editura Fundatiei “Romania de Maine”, Bucuresti, 1999.
3. *Miron Nicolescu*, **Funcţii reale şi elemente de analiză funcţională**, Editura Didactica si Pedagogica, 1962
4. *Irina Rizzoli*, **Introducere în teoria funcţiilor de o variabila complexa**, Editura Universitatii din Bucuresti, 1999.