

MOTIVAȚIA PROGRAMULUI DE MASTER „ALGEBRĂ” (Context general, misiune și obiective strategice)

Algebra, domeniu fundamental al matematicii, are o îndelungată tradiție în facultatea noastră. Profesorii din facultate au avut și au rezultate importante, concretizate în numeroase publicații în cele mai importante reviste internaționale generale și de profil (*Inventiones Mathematicae*, *Advances in Mathematics*, *Journal of Algebra* etc.). De-a lungul anilor, în facultate s-au dat numeroase doctorate excelente în algebră. În prezent, algebriștii sunt prezenți în două dintre centrele de cercetare din facultate și participă constant la granturi naționale și internaționale (studenții masteranzi vor desfășura activitatea de cercetare tot în aceste centre). Toate acestea justifică din plin acreditarea unui master de Algebră.

Organizarea ciclului de licență în sistem Bologna a avut drept consecință reducerea numărului de cursuri. Din acest motiv studenții care se înscriu acum la un program de master nu mai dispun de bagajul de cunoștințe pe care îl aveau studenții din sistemul pre-Bologna. Pentru a suplini acest necesar de cunoștințe, la toate programele de master din Facultatea de Matematică și Informatică s-au ales cursuri cu caracter general pentru primele două semestre de studiu. Deoarece acestea oferă noțiuni, tehnici, metode și rezultate utile mai multor direcții masterale s-a prevăzut organizarea cursurilor din semestrele I și II în comun. Astfel, studenții de la Masterul Algebră vor avea posibilitatea să studieze, în afara cursurilor de strictă specialitate, și cursuri de Topologie Algebrică, Geometrie și Curbe Algebrice. Ei vor avea de asemenea ocazia să descopere legăturile profunde dintre diferitele ramuri ale Matematicii și, în particular, aplicațiile Algebrei în alte domenii. Pe de altă parte, cursurile de Algebră vor ajuta studenții de la alte programe de master să urmărească cu mai mare ușurință cursurile de specialitate, având deja la dispoziție aparatul algebric necesar (spre exemplu noțiuni de teoria grupurilor, teoria modulelor și inelelor, algebră comutativă și algebră omologică).

În semestrele III și IV programul își propune asigurarea unei baze solide de cunoștințe de algebră, precum și inițierea studenților în direcții actuale de cercetare din teoria algebrelor Hopf și a grupurilor cuantice, teoria inelelor, teoria numerelor și algebră comutativă. Sunt prezentate atât teorii și tehnici clasice, cât și dezvoltări recente ale acestora și direcții actuale de cercetare, cu scopul de a familiariza studenții cu teme moderne de investigație științifică. În ultimii 20 de ani au fost evidențiate legături interesante între algebră, combinatorică și fizica teoretică. În cadrul cursurilor din acest program, vor fi demonstrate rezultate foarte recente, care ilustrează aceste legături.

Unul dintre obiectivele programului este ca în cadrul cursurilor, în special în al III-lea și al IV-lea semestru, studenții să fie cooptați la proiecte de cercetare în direcții actuale de studiu. Li se vor propune studenților probleme de cercetare care vor putea eventual să fie continuate și dezvoltate ulterior în cadrul unui program doctoral. Acest sistem a funcționat bine în anii precedenți la programul de master organizat de Catedra de Algebră.

Un număr important de studenți la acest program au participat la proiecte de cercetare în țară, dar și la universități din Belgia, Canada, SUA, Spania, Italia, Germania, unde au beneficiat de burse de studiu.

6. PLAN DE ÎNVĂȚĂMÂNT

Anul I (2008-2009)

Nr. crt.	Disciplina	Semestrul I				Semestrul II			
		Nr. ore curs	Nr. ore sem/ lab	Eva-luare	Nr. credite	Nr. ore curs	Nr. ore sem/lab	Eva-luare	Nr. credite
1	Inele si categorii de module	2	2	E	7,5	-	-	-	-
2	Algebra comutativa	2	2	E	7,5	-	-	-	-
3	Topologie	2	2	E	7,5	-	-	-	-
4	Geometrie riemanniana	2	2	E	7,5	-	-	-	-
5	Grupuri si reprezentari	-	-	-	-	2	2	E	7,5
6	Algebra omologica	-	-	-	-	2	2	E	7,5
7	Curbe algebrice	-	-	-	-	2	2	E	7,5
8	Introducere în teoria fasciculelor	-	-	-	-	2	2	E	7,5

Anul II (2009-2010)

Nr. crt.	Disciplina	Semestrul I				Semestrul II			
		Nr. ore curs	Nr. ore sem/lab	Eva-luare	Nr. credite	Nr. ore curs	Nr. ore sem/lab	Eva-luare	Nr. credite
1	Algebre Hopf	2	2	E	7,5	-	-	-	-
2	Metode analitice in teoria numerelor	2	2	E	7,5	-	-	-	-
3	Teoria algebrica a numerelor	2	2	E	7,5	-	-	-	-
4	Combinatorica in algebra comutativa	2	2	E	7,5	-	-	-	-
5	Teoria multiplicativa a idealelor	-	-	-	-	2	2	E	7,5
6	Teoria valuarii si corpuri locale	-	-	-	-	2	2	E	7,5
7	Algebre Lie	-	-	-	-	2	2	E	7,5
8	Bazele teoriei grupurilor cuantice	-	-	-	-	2	2	E	7,5

7.1. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: INELE ȘI CATEGORII DE MODULE

SEMESTRUL: AN I, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiectivul cursului: Inele și module reprezintă noțiuni oferă fundamentale pentru numeroase domenii din matematica modernă (algebră, geometrie, analiza matematică, informatica etc.). Cursul își propune să prezinte în detaliu proprietățile acestor obiecte, precum și să facă o introducere în teoria categoriilor.

Programa analitică

1. **Module:** module, morfisme de module, submodule, module factor, teoreme de izomorfism, bimodule, inele de endomorfisme.
2. **Sume și produse directe:** definiții și proprietăți, descompunerea inelului, module libere, inele IBN (cu proprietatea de invarianță a numărului de elemente ale bazei).
3. **Module proiective și injective:** definiții, exemple, Teorema Baer, Teorema Eckmann-Schopf.
4. **Condiții de finitudine:** module simple și semisimple, module (inele) noetheriene, module (inele) artiniene, module de lungime finită, module indecompozabile. Teoremele Jordan-Holder, Azumaya, Krull-Schmidt.
5. **Produs tensorial:** produs tensorial de module, bimodule și algebre, proprietatea de adjuncție, module plate.
6. **Concepte de bază în teoria categoriilor:** categorii, functori, transformări naturale, echivalența și dualitate de categorii, functori reprezentabili, functori adjuncți, produse și coproduse.
7. **Inele de matrice și echivalența categoriilor de module peste un inel și peste inele de matrice.**

Bibliografie

1. F. W. Anderson, K. R. Fuller, *Rings and categories of modules*, Second Edition, Graduate Texts in Math., Vol. 13, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1992.
2. T. Y. Lam, *Lectures on modules and rings*, Graduate Texts in Math., Vol. 189, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1998.
3. C. Nastăsescu, *Inele. Module. Categorii*, Editura Academiei, 1978.
4. S. Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, 2nd edition, Graduate Texts in Math., Vol. 5, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1998.
5. I. D. Ion, C. Nita, S. Buzeteanu, *Capitole speciale de algebra modernă*, Tipografia Univ. București, 1984.
6. I. D. Ion, N. Radu, *Algebra*, Ed. Didactica și pedagogică, București, 1981.
7. J. J. Rotman, *Advanced modern algebra*, Prentice Hall, 2002.

7.2. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: ALGEBRĂ COMUTATIVĂ

SEMESTRUL: AN I, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

OBIECTIVE: Acest curs isi propune completarea conceptelor de algebra comutativa studiate in timpul facultatii si totodata invatarea unor concepte mai dificile in vederea cercetarii in algebra comutativa.

Programa analitica

1. Inele de polinoame, inele de fractii.
2. Ideale prime si maximale.
3. Inele Noetheriene si Artiniene.
4. Module graduate, functii Hilbert si serii Hilbert.
5. Ideale monomiale si complexe simpliciale.
6. Ideale prime asociate si descompuneri primare.
7. Dimensiune Krull.
8. Inele locale regulate.

Bibliografie

1. M. F. Atiyah, I. G. Macdonald, *Introduction to commutative algebra*, Addison-Wesley, 1969.
2. W. Bruns, J. Herzog, *Cohen-Macaulay rings*, Cambridge, 1998.
3. H. Matsumura, *Commutative ring theory*, Cambridge University Press 1988.
4. R. H. Villareal, *Monomial algebras*, Marcel Dekker, 2001.

7.3. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: TOPOLOGIE

SEMESTRUL: AN I, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiective. Cursul își propune consolidarea, sistematizarea și completarea unor noțiuni fundamentale de topologie generală și de topologie algebrică cu aplicații în diverse teorii moderne. Sunt prezentate și demonstrate câteva teoreme importante.

1. Spații topologice. Funcții continue
2. Spații topologice separate. Spații topologice compacte. Teorema lui Tihonov
3. Spații topologice regulate. Spații topologice normale
4. Partitii continue a unității
5. Omotopie
6. Grup fundamental
7. Proiecții de acoperire
8. Complexe simpliciale. Complexe simpliciale geometrice
9. Complexe de lanțuri
10. Omologie
11. Omologie simplicială
12. Omologie singulară
13. Siruri Mayer-Vietoris
14. Coomologie
15. Aplicații

BIBLIOGRAFIE

1. N. Bourbaki : Topologie générale, Hermann, Paris, 1960
2. E. Spanier : *Algebraic Topology*, Springer-Verlag. XIV, 1982
3. C. Teleman: *Elemente de topologie și varietăți diferentiabile*, Ed. Did. Pedagogică , (1964)

7.4. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: GEOMETRIE RIEMANNIANĂ

SEMESTRUL: AN I, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

OBIECTIVE: Cursul reprezintă o introducere în Geometria diferențială globală și teoria geometrică a grupurilor Lie. Se studiază legătura între invariantii geometrici și topologici ai unei varietăți riemanniene, demonstrându-se unele teoreme de comparație (care dau condiții suficiente pentru ca o varietate riemanniană să fie homeomorfa, difeomorfa sau izometrică cu o varietate etalon, de obicei cu o formă spațială).

Programa analitică

1. Elemente introductive de grupuri și de algebre Lie.
2. Conexiuni invariante pe grupuri Lie
3. Metrici semi-riemanniene invariante pe grupuri Lie
4. Proprietăți globale ale geodezicilor
5. Aplicația exponențială. Câmpuri Jacobi.
6. Legătura între curbura și comportarea geodezicilor
7. Completitudine pe varietăți riemanniene. Teorema Hopf-Rinow
8. Teorema lui Hadamard
9. Clasificarea varietăților cu curbura constantă
10. Teoreme de comparație

Bibliografie

1. M. Berger, *A Panoramic View of Riemannian Geometry*, Springer, 2003
2. M. Do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhauser, 1992
3. L. Nicolescu – *Grupuri Lie*, Ed. Univ. București, 1994
4. L. Nicolescu, G. Pripoae, C. Zara – *Teoreme și probleme de grupuri Lie*, Ed. Univ. București, 1996

7.5. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: GRUPURI ȘI REPREZENTĂRI

SEMESTRUL: AN I, semestrul 2

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiectivele cursului: Cursul prezinta concepte si rezultate importante din teoria grupurilor legate de actiuni ale grupurilor pe multimi, p -grupuri, grupuri simple. Sunt demonstrate mai multe rezultate de clasificare, totodata fiind prezentate tehnici folosite la clasificarea grupurilor finite. Este prezentata o introducere in teoria reprezentarilor de grupuri, demonstrandu-se cateva rezultate importante legate de reprezentari complet reductibile si grupuri rezolubile.

Programa analitică

1. Actiuni ale grupurilor pe multimi.
2. p -grupuri si teoremele lui Sylow.
3. Produse semidirecte.
4. Rezultate de clasificare pentru grupuri finite: ordin p^2 , p^3 , pq (p si q prime).
5. Grupuri simple.
6. Teorema Schur-Zassenhaus.
7. Serii de compozitie: teorema Jordan-Holder.
8. Grupuri nilpotente si rezolubile.
9. Categoria reprezentarilor liniare ale unui grup.
10. Reprezentari complet reductibile: teorema Maschke.
11. Teoria caracterelor grupurilor finite.
12. Teorema $p^a q^b$ a lui Burnside.

Bibliografie

1. T. Albu, N. Manolache, *19 lectii de teoria grupurilor*, Editura Universitatii Bucuresti, 1987.
2. Alperin, J.L., Bell, Rowen B., *Groups and representations*, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 162, Springer Verlag, 1995.
3. J. J. Rotman, *An Introduction to the Theory of Groups*, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 148, Springer Verlag, 1999.
4. C. Nastasescu, C. Nita, C. Vraciu, *Bazele algebrei*, Editura Academiei, 1986.
5. D. Popescu, C. Vraciu, *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Stiintifica si enciclopedica, 1986.

7.6. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

Titlul: Algebra omologica

Statutul: obligatoriu

Nr.ore/sapt.: 2 curs ; 2 seminar

Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul II

Forma de examinare: examen

Credite: 7,5

Obiective: Algebra omologică oferă instrumente și tehnici de lucru fundamentale pentru numeroase domenii din matematica modernă (algebră, geometrie algebrică și diferențială, topologie algebrică, analiză complexă, teoria operatorilor, etc.). Cursul își propune să realizeze o introducere în algebra omologică, prezentând noțiunile și rezultatele de bază: complexe de (co)lanțuri și (co)omologia complexelor, rezoluții proiective și injective, construcția functorilor derivați, precum și aplicații ale acestora la studiul grupurilor, și algebrele asociative.

Programa

1. **Categorii și functori:** Definiții, exemple, functori aditivi, functori exacti.
2. **Complexe de lanțuri și colanțuri:** Definiții și proprietăți elementare. Categoria complexelor de (co)lanțuri. Operații cu complexe, șiruri exacte de complexe. Morfisme omotope. Exemple din alte domenii ale matematicii.
3. **(Co)omologia complexelor:** Definiție și proprietăți elementare. Șirul exact lung în (co)omologie și aplicații ale acestuia la calculul (co)omologiei.
4. **Module proiective și injective:** Caracterizări echivalente. În categoriile de module există suficiente obiecte injective și proiective.
5. **Rezoluții proiective și injective:** Existența rezoluțiilor proiective și injective în categorii de module. Teorema de comparare a rezoluțiilor. Exemple.
6. **Functori derivați:** Construcție. Proprietăți ale functorilor derivați.
7. **Functorii Tor și Ext:** Caracterizări ale modulelor proiective, injective și plate folosind Tor și Ext. Dimensiune proiectivă, injectivă, plată și globală. Inele de dimensiune mică. Functorul Ext și extensiile de module.
8. **Aplicații ale functorilor derivați la studiul grupurilor:** Definiția (co)omologiei grupurilor. Rezoluția Bar. Complexul standard. Clasificarea extensiilor cu nucleu abelian. Calculul (co)omologiei grupurilor ciclice.
9. **Aplicații ale functorilor derivați la studiul algebrele asociative:** (Co)omologiei Hochschild. Rezoluția și complexul standard. Calculul primului grup de coomologie Hochschild. Clasificarea extinderilor de algebre. Algebre de dimensiune Hochschild cel mult.

Bibliografie

1. *Joseph J. Rotman, An Introduction to Homological Algebra*, Pure and Applied Mathematics, Academic Press, 1979.
2. *L.R. Vermani, An Elementary Approach to Homological Algebra*, CRC Press, 2003.
1. *Charles Weibel, An introduction to homological algebra*, Cambridge University Press, 1994.

7.7. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: CURBE ALGEBRICE

SEMESTRUL: AN I, semestrul 2

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

OBIECTIVE:

La sfarsitul cursului, studentii vor fi capabili:

1. sa identifice invarianti ai curbelor algebrice si sa decida daca doua curbe date sunt izomorfe (biregulat sau birational)
2. sa utilizeze sisteme liniare de divizori pentru a determina morfisme ale curbelor proiective netede
3. sa caracterizeze diverse clase de curbe algebrice
4. sa aplice metodele geometriei algebrice in rezolvarea unor probleme clasice

Programa analitica

Inele de polinoame si module peste inele de polinoame: teorema bazei, teorema zerourilor, polinomul Hilbert. Baze Groebner.

Curbe afine plane: functii regulate, inelul de coordonate, functii rationale, inelul local al unui punct, spatiul tangent, conul tangent. Probleme de clasificare a curbelor afine plane.

Curbe proiective plane: functii rationale, spatiul tangent. Teorema lui Bezout.

Curbe proiective netede: divizori, genul unei curbe. Teorema Riemann-Roch. Scufundari ale curbelor netede. Inegalitatea Castelnuovo. Probleme de clasificare.

Rezolutia de singularitati pentru curbele plane. Modele nesingulare ale curbelor.

Bibliografie

1. Fulton, W., *Algebraic curves. An introduction to Algebraic Geometry*, W.A. Benjamin Inc., 1969.
2. Hartshorne, R., *Algebraic Geometry*, Springer- Verlag, New York, 1977.
3. Hulek, K., *Elementary Algebraic Geometry*, Student Math Library, vol.20, 2000.
4. Walker, R.J., *Algebraic Curves*, Princeton Univ., 1950.

7.8. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: INTRODUCERE ÎN TEORIA FASCICOLELOR

SEMESTRUL: AN I, semestrul 2

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

OBIECTIVE:

Scopul cursului este sa ofere o introducere elementara in teoria fascicolelor peste spatii topologice si, mai ales, peste varietati. In particular, se va introduce coomologia cu coeficienti in fascicole si se va schita demonstratia teoremei lui de Rham abstracte. Asemenea notiuni sunt fundamentale pentru cursurile mai avansate de topologie, de functii de mai multe variabile complexe, de geometrie algebrica si de geometrie diferentiaa.

Programa analitica

1. Spații topologice. Generalități (conexiune, separare, compacitate, paracompacitate).
2. Varietăți reale și complexe. Generalități (definiții, morfisme, exemple).
3. Partiția unității pe spații topologice și varietăți diferențiabile.
4. Prefascicole. Morfisme de prefascicole. Secțiuni.
5. Fascicole. Legătura cu prefascicolele.
6. Rezoluții de fascicole.
7. Șiruri exacte de fascicole.
8. Fascicole moi și fascicole flasce.
9. Coomologie cu coeficienți într-un fascicol.
10. Coomologie Čech. Clasificarea fibraților vectoriali de rang 1.
11. Teorema lui de Rham abstractă.

Bibliografie

1. R. Godement, *Topologie algébrique et théorie des faisceaux*. Hermann, Paris, 1973.
2. R.O. Wells, *Differential analysis on complex manifolds*, Springer, 1979.
3. G.E. Bredon, *Sheaf theory*, Springer, 1997.

7.9. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: ALGEBRE HOPF

SEMESTRUL: AN II, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiectivul cursului: Sunt definite conceptele de coalgebra și comodul prin dualitate față de cele de algebra și modul. Sunt prezentate construcții de bază pentru coalgebre și comodule și sunt definite clase speciale de coalgebre. Sunt definite conceptele de bialgebra și algebra Hopf și sunt prezentate numeroase exemple care să arate cum apar astfel de obiecte în numeroase ramuri ale matematicii. Sunt studiate integralele pentru algebre Hopf și este demonstrată unicitatea integralelor în cazul finit dimensional. Integralele sunt folosite pentru a demonstra o versiune a teoremei lui Lagrange pentru algebre Hopf finit dimensionale, pentru a arăta finitudinea ordinului antipodului în algebre Hopf finit dimensionale și pentru a dezvolta o teorie Galois pentru acțiuni și coacțiuni de algebre Hopf pe algebre.

Programa analitică:

1. Algebre și coalgebre.
2. Module și comodule.
3. Bialgebre și algebre Hopf.
4. Integrale pentru algebre Hopf.
5. Algebre Hopf semisimple.
6. Module Hopf.
7. Ordinul antipodului în algebre Hopf finit dimensionale.
8. Teorema Nichols-Zoeller.
9. Acțiuni și coacțiuni ale algebrelor Hopf pe algebre.
10. Teorie Hopf-Galois.
11. Categorii de module Doi-Koppinen, coinele și structuri generalizate de module Hopf.

Bibliografie

1. M. Sweedler, *Hopf Algebras*, Benjamin, New-York, 1969.
2. E. Abe, *Hopf Algebras*, Cambridge Univ. Press., 1977.
3. S. Dăscălescu, C. Năstăsescu, Ș. Raianu, *Hopf algebras: an introduction*, Marcel Dekker, 2000.
4. Tomasz Brzezinski, Robert Wisbauer, *Corings and Comodules*, Series: London Mathematical Society Lecture Note Series (No. 309), Cambridge University Press.

7.10. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: METODE ANALITICE ÎN TEORIA NUMERELOR

SEMESTRUL: AN II, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiectivul cursului: Studierea principalelor metode folosite în teoria analitică a numerelor. Distribuția numerelor prime. Probleme aditive de teoria numerelor.

Programa analitică:

1. Funcții aritmetice.
2. Metoda ciurului. Aplicații la teorema Brun.
3. Densitate Schnirelmann. Aplicații la problema Waring și teorema lui Schnirelmann-Goldbach.
4. Teorema corpului convex. Aplicație la teorema lui Gauss.
5. Serii Dirichlet. Teorema elementului prim.

Bibliografie

1. Blanchard, A., *Initiation a la theorie analytique des nombres premieres*, Dunod, Paris, 1969.
2. Ghelfond A. O., Linnic Yu., *Elementary methods in the analytic theory of numbers*, Pergamon Press, Oxford-London-New York, 1966.
3. Gica A., Panaitopol L., *Probleme celebre de teoria numerelor*, Editura Universității București, 1998.

7.11. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: TEORIA ALGEBRICĂ A NUMERELOR

SEMESTRUL: AN II, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiectivele cursului

O introducere in teoria clasica a numerelor care sa foloseasca limbajul, metodele si rezultatele moderne ale algebrei.

Dezvoltarea deprinderilor de a folosi algebra abstracta in situatii concrete si variate.

Initierea unui punct de vedere algebric-computational in rezolvarea problemelor de teoria numerelor.

Prezentarea unor probleme celebre de teoria numerelor atat pentru cultura generala cat si pentru formarea de specialisti in domeniu

Programa analitica

1. Corpuri de numere algebrice; norma, urma, discriminant
2. Corpuri patraticice si corpuri ciclotomice; alte exemple.
3. Inele de intregi algebrici.
4. Baze intregi si discriminantul corpurilor de numere algebrice.
5. Domenii Dedekind
6. Finitudinea numarului de clase de ideale.
7. Extinderi de ideale.
8. Unitati.
9. Teorema Kronecker-Weber.

Bibliografie

1. Paulo Ribenboim, *Classical Theory of algebraic numbers*. Springer, 2001
2. Z.I. Borevici, Z. Schafarevici, *Teoria numerelor*. Ed. stiintifica si enciclopedica, 1985
3. C. Vraciu, M. Vraciu, *Elemente de aritmetica*. Ed. All, 1998
4. K.Ireland, M.Rosen, *An introduction to modern number theory*. Springer, 1982
5. G.J.Janusz, *Algebraic number fields*.

7.12. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: COMBINATORICĂ ÎN ALGEBRA COMUTATIVĂ

SEMESTRUL: AN II, semestrul 1

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiective: In prima parte cursul isi propune sa prezinte studentilor concepte de baza din algebra comutativa, precum si principalele clase de inele cu care se lucreaza in acest domeniu.

Studiul bazelor Groebner este inclus in scopul de a introduce studentii in studii recente din algebra comutativa si pentru a-i initia in folosirea calculatorului pentru determinarea unor invarianti numerici care se asociaza inelelor comutative.

Urmeaza apoi studiul celor mai importante clase de inele Cohen-Macaulay: inelele Stanley-Reisner, inelele determinantaie si inelele afine semigrupale. Acestea au dat trei directii de cercetare semnificative in domeniul algebrei comutative si astfel studentii sunt indrumati catre studiul unor lucrari recente din acest domeniu si mai apoi catre cercetari proprii.

Programa analitica

1. Siruri regulate. Notiunile de *grade* si *depth*.
2. Inele si module Cohen-Macaulay.
3. Algebre graduate, rezolutii libere graduate, invarianti numerici.
4. Baze Groebner. Algoritmul Buchberger.
5. Inele Stanley-Reisner.
6. Inele determinantaie.
7. Inele afine semigrupale.

Bibliografie

1. T. Albu, S. Raianu, *Lectii de algebra comutativa*, Editura Universitatii Bucuresti 1984.
2. C. Baetica, *Combinatorics of determinantal ideals*, Nova Science Publisher 2006.
3. W. Bruns, J. Herzog, *Cohen-Macaulay rings*, Cambridge University Press, 1998.
4. D. Eisenbud, *Commutative algebra with a view toward algebraic geometry*, Springer 1995.

7.13. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: TEORIA MULTIPLICATIVĂ A IDEALELOR

SEMESTRUL: AN II, semestrul 2

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiectivele cursului

Cursul reprezintă o introducere în "Teoria Multiplicativă a idealelor" - domeniu de cercetare actual în teoria inelelor comutative ne-noetheriene. Acest domeniu are anumite legături cu algebra locală și cu teoria algebrică a numerelor. Este un domeniu de cercetare în care se pot da ușor probleme de cercetare de dificultate adaptată capacității fiecărui student masterand. După expunerea unui aparat tehnic general de teoria inelelor comutative întregre (extinderi întregi, teoria valorii, domenii Prufer și cu cmmdc), se prezintă două direcții importante de cercetare în domeniu: star-operatii și teoria factorizării în domenii de integritate.

Programa analitică.

1. Extinderi întregi.
2. Teoria valorii.
3. Domenii Prufer.
4. Domenii cu cmmdc.
5. Star operatii.
6. Factorizare în domenii de integritate.

Bibliografie

1. R. Gilmer, *Multiplicative ideal theory*. Corrected reprint of the 1972 edition. Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics, 90. Queen's University, Kingston, ON, 1992.
2. F. Halter-Koch, *Ideal systems. An introduction to multiplicative ideal theory*. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, 211. Marcel Dekker, Inc., New York, 1998.

7.14. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: TEORIA VALUĂRII ȘI CORPURI LOCALE

SEMESTRUL: AN II, semestrul 2

STATUTUL : Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE : Examen scris

NR. CREDITE : 7,5

Obiective: Teoria valuării, inițiată și dezvoltată începând din prima jumătate a secolului XX, s-a dovedit un instrument de investigare util, precum și un liant între algebra, topologie și aritmetică. În ultimele decenii, aplicațiile metodelor și rezultatelor teoriei valuării în fizică, dar și în alte științe, precum biologia, au contribuit la creșterea semnificativă a interesului pentru acest domeniu. Prezentul curs propune expunerea conceptelor și rezultatelor de bază privind corpurile valuate, evidențierea unei aplicații legate de tematica altor cursuri din cadrul programului de master, dar și semnificarea unor aplicații în științele experimentale.

Programa analitică:

1. Valuări și valuări absolute pe inele și corpuri, inele de valuare.
2. Teorema de aproximare și independența valuarilor.
3. Topologia determinată de o valuare absolută.
4. Corpuri valuate complete, lema lui Hensel, aplicații.
5. Prelungirea unei valuări, extinderi neramificate, extinderi total ramificate.
6. Corpuri locale, corpuri de numere p -adice și corpuri de serii formale peste corpuri finite.
7. Aplicații: corpuri de serii fracționare și teorema Newton-Puiseux.
8. Clasificarea algebrelor cu diviziune finite peste corpuri locale.
9. Analogul p -adic al corpului numerelor complexe.
10. Măsuri cu valori p -adice.

Bibliografie:

1. E. Artin, *Algebraic numbers and algebraic functions*.
2. Z. Borevic, I. R. Shafarevici, *Teoria numerelor*.
3. N. Jacobson, *Basic algebra*, vol. II.
4. I. Reiner, *Maximal orders*, A. P. 1975.
5. J. P. Serre, *Corps locaux*, Herman, 1962.
6. A. Khrennikov, *Non-Archimedean analysis, quantum paradoxes, dynamical systems and biological models*, Kluwer 1997.

7.15. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: ALGEBRE LIE

SEMESTRUL: AN II, semestrul 2

STATUTUL : Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE : Examen scris

NR. CREDITE : 7,5

Obiective Sunt prezentate conceptele de baza ale teoriei algebrelor Lie. Sunt definite clase importante de algebre Lie si sunt prezentate proprietati ale algebrelor Lie semisimple si ale reprezentarilor acestora.

Programa analitica

1. Algebre Lie: definitii, exemple clasice de algebre Lie, subalgebre, ideale, Algebre cat, Morfisme de algebre Lie.
2. Clasificarea algebrelor Lie de dimensiuni mici.
3. Module si reprezentari: clasificarea reprezentarilor ireductibile pentru $sl(2, C)$.
4. Algebre nilpotente, Teorema Engel.
5. Algebre rezolubile, descompunere Jordan Chevalley, Teorema Lie.
6. Algebre semisimple, forma Killing, criteriul Cartan pentru rezolubilitate si semisimplicitate.
7. Ireductibilitate si indecompozabilitate, Teorema Weyl.
8. Sisteme de radacini, descompunerea in spatii de radacini a unei algebre Lie.
9. Algebra anvelopanta a unei algebre Lie. Teorema Poincare-Birchoff-Witt.

Bibliografie

1. K. Erdmann, M. J. Wildon. *Introduction to Lie Algebras*. Springer (2006)
2. J.E. Humphreys. *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*, Graduate Texts in Mathematics. Springer (1997)
3. N. Jacobson. *Lie algebras*, Interscience Publishers (1961)

7.16. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

TITLUL: BAZELE TEORIEI GRUPURILOR CUANTICE

SEMESTRUL: AN II, semestrul 2

STATUTUL: Obligatoriu

NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore

FORMA DE EXAMINARE: Examen scris

NR. CREDITE: 7,5

Obiectivul cursului: Sunt prezentate tehnici de teoria categoriilor, incluzând dezvoltările foarte recente în direcția categoriilor braided, care au aplicații în clasificarea algebrelor Hopf, în teoria grupurilor cuantice și la ecuații neliniare. De asemenea sunt prezentate elemente din teoria grupurilor cuantice și aplicații la rezolvarea ecuației Yang-Baxter cuantice, provenită din fizică, precum și la clasificarea algebrelor Hopf finit dimensionale.

Programa analitică:

1. Categoriile monoidale. Teorema de coerență a lui Mac Lane.
2. Algebre și coalgebre în categoriile monoidale. Categoriile de (co)reprezentari.
3. Categoriile braided monoidale. Algebre Hopf braided.
4. Centrul stâng/dreapta al unei categorii monoidale și legătura dintre cele două construcții.
5. Categoriile de module Yetter-Drinfeld.
6. Algebre Hopf (co)quasi-triangelulare.
7. Construcția dublului cuantic.
8. Structura unei algebre Hopf cu proiecție. Procedeele de transmutare/bozonizare.
9. Teorema FRT.
10. Grupuri cuantice ce se obțin din teorema FRT și algebre Hopf braided asociate lor.
11. Ecuația cuantică Yang-Baxter.
12. Grupoizi cuantici.
13. Categoriile braided monoidale și teoreme de reconstrucție Tannaka-Krein.

Bibliografie

1. C. Kassel, *Quantum Groups*, Springer-Verlag 1995.
2. Lambe și D. Radford, *Introduction to the quantum Yang-Baxter equation and quantum groups: an algebraic approach*, Kluwer Academic Publishers, 1997.
3. S. Majid, *Foundations of quantum groups theory*, Cambridge Univ. Press, 1995.
4. S. Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, 2nd edition, Springer Verlag
5. S. Caenepeel, G. Militaru, S. Zhu, *Frobenius and separable functors for generalized module categories and nonlinear equations*, Lecture Notes in Math. 1787, Springer Verlag, 2002.

8.1. PROGRAMĂ ANALITICĂ pentru concursul de admitere

Prima probă – examen scris

Programă

1. **Grupuri:** Grup, subgrup, morfisme de grupuri. Relații de echivalență pe un grup în raport cu un subgrup. Teorema lui Lagrange. Subgrup normal, grup factor. Teorema fundamentală de izomorfism pentru grupuri. Ordinul unui element într-un grup. Grupuri ciclice. Grupul permutărilor unei mulțimi finite. Cicluri, descompunerea unei permutări în produs de cicluri și de transpoziții.
2. **Inele și corpuri:** Inel, subinel, ideal. Morfisme de inele. Inel factor. Teorema fundamentală de izomorfism pentru inele. Corp, subcorp, morfisme de corpuri. Caracteristica unui corp. Corpul fracțiilor unui domeniu de integritate. Inele de polinoame în una sau mai multe nedeterminate. Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice (*demonstratia existenței*)
3. **Spații vectoriale:** Spații vectoriale, aplicații liniare. Spațiul vectorial factor. Teorema fundamentală de izomorfism. Bază și dimensiune pentru spații vectoriale (cazul finit generat): proprietăți.
4. **Determinanți și sisteme de ecuații liniare:** Determinanți: proprietăți. Determinantul produsului a două matrice. Matrice inversabile. Rangul unei matrice. Compatibilitatea sistemelor de ecuații liniare. Sisteme liniare omogene. Rezolvarea sistemelor compatibile.
5. **Teorie Jordan:** Matricea asociată unui endomorfism. Vectori și valori proprii. Polinomul caracteristic și polinomul minimal. Teorema Hamilton-Cayley și teorema lui Frobenius. Matrice asemenea, forma canonică Jordan.

Bibliografie

1. Ion D. Ion, N. Radu; *Algebra*, EDP, București, 1981.
2. C. Nastăsescu, C. Nita, C. Vraciu; *Bazele Algebrei Vol 1*, Ed. Academiei, 1986.
3. C. Nastăsescu, C. Nita, C. Vraciu; *Aritmetică și Algebră*, EDP, București, 1992.
4. T. Dumitrescu; *Algebra*; Ed. Univ. din București, 2006.
5. Ion D. Ion, C. Nita, D. Popescu; N. Radu ; *Probleme de algebra*, EDP, București, 1981
6. C. Baetica, S. Dascalescu ; *Probleme de algebra* ; Tip. Univ. București, 1993.

8.2. PROGRAMĂ ANALITICĂ pentru concursul de admitere

A doua probă – examen oral

Candidatii vor prezenta la intrarea in examen un numar de 8 subiecte din cursurile de algebra si teoria numerelor din anii II si III. Candidatii vor defini notiunile de baza si vor enunta rezultatele principale legate de subiectele primite. Nu se cer demonstratii detaliate ale rezultatelor prezentate.

Exemple orientative de subiecte pentru examenul oral

1. Divizibilitate in inele
2. Inele factoriale
3. Inele principale
4. Inele euclidiene
5. Ideale prime si ideale maximale
6. Factorialitatea inelelor de polinoame (teorema lui Gauss)
7. Criterii de ireductibilitate pentru polinoame
8. Grupuri rezolubile
9. Structura grupurilor abeliene finit generate
10. Corpuri prime
11. Elemente algebrice si elemente transcendente. Extinderi algebrice
12. Corpul de descompunere al unui polinom
13. Corpuri algebric inchise
14. Teorema fundamentala a algebrei
15. Inchiderea algebrica a unui corp (existenta si unicitatea)
16. Teorema lui Wedderburn
17. Existenta si unicitatea corpurilor finite
18. Extinderi algebrice normale
19. Extinderi algebrice separabile
20. Teorema elementului primitiv
21. Teorema fundamentala a teoriei lui Galois
22. Criteriul de rezolvabilitate al lui Galois
23. Submodul, submodul generat de o submultime, sume de submodule
24. Modul factor. Teoreme de izomorfism pentru module
25. Sume si produse directe de module
26. Module libere
27. Functii aritmetice
28. Legea de reciprocitate patratica
29. Reprezentarea numerelor ca suma de patrate
30. Ecuatia Pell
31. Marea teorema a lui Fermat pentru exponentii $n=3$ si $n=4$
32. Rezultate privind distributia numerelor prime
33. Formula de inversiune a lui Mobius
34. Teorema Bertrand-Cebasev

Bibliografie

1. Ion D. Ion, N. Radu; *Algebra*, EDP, Bucuresti, 1981.
2. C. Nastasescu, C. Nita, C. Vraciu; *Bazele Algebrei Vol 1*, Ed. Academiei, 1986.
3. Ion D. Ion, C. Nita, D. Popescu; N. Radu ; *Probleme de algebra*, EDP, Bucuresti, 1981.
4. A. Gica, L. Panaitopol ; *O introducere in aritmetica si teoria numerelor* ; Ed. Univ. Bucuresti, 2001.
5. V. Alexandru, N.M. Gosoniu ; *Elemente de teoria numerelor*; Ed. Univ. Bucuresti, 1999.