# MOTIVAȚIA PROGRAMULUI DE MASTER „ALGEBRĂ”
# (Context general, misiune şi obiective strategice)

Algebra, domeniu fundamental al matematicii, are o îndelungată tradiție în facultatea noastră. Profesorii din facultate au avut şi au rezultate importante, concretizate în numeroase publicații în cele mai importante reviste internaționale generale şi de profil (*Inventiones Mathematicae, Advances in Mathematics, Journal of Algebra* etc.). De-a lungul anilor, în facultate s-au dat numeroase doctorate excelente în algebră. În prezent, algebriştii sunt prezenți în două dintre centrele de cercetare din facultate şi participă constant la granturi naționale şi internaționale (studenții masteranzi vor desfăşura activitatea de cercetare tot în aceste centre). Toate acestea justifică din plin acreditarea unui master de Algebră.

Organizarea ciclului de licență în sistem Bologna a avut drept consecință reducerea numărului de cursuri. Din acest motiv studenții care se înscriu acum la un program de master nu mai dispun de bagajul de cunoştințe pe care îl aveau studenții din sistemul pre-Bologna. Pentru a suplini acest necesar de cunoştințe, la toate programele de master din Facultatea de Matematică şi Informatică s-au ales cursuri cu caracter general pentru primele două semestre de studiu. Deoarece acestea oferă noțiuni, tehnici, metode şi rezultate utile mai multor direcții masterale s-a prevăzut organizarea cursurilor din semestrele I şi II în comun. Astfel, studenții de la Masterul Algebră vor avea posibilitatea să studieze, în afara cursurilor de strictă specialitate, şi cursuri de Topologie Algebrică, Geometrie şi Curbe Algebrice. Ei vor avea de asemenea ocazia să descopere legăturile profunde dintre diferitele ramuri ale Matematicii şi, în particular, aplicațiile Algebrei în alte domenii. Pe de altă parte, cursurile de Algebră vor ajuta studenții de la alte programe de master să urmărească cu mai mare uşurință cursurile de specialitate, având deja la dipoziție aparatul algebric necesar (spre exemplu noțiuni de teoria grupurilor, teoria modulelor şi inelelor, algebră comutativă şi algebră omologică).

În semestrele III şi IV programul îşi propune asigurarea unei baze solide de cunoştințe de algebră, precum şi inițierea studenților în direcții actuale de cercetare din teoria algebrelor Hopf şi a grupurilor cuantice, teoria inelelor, teoria numerelor şi algebră comutativă. Sunt prezentate atât teorii şi tehnici clasice, cât şi dezvoltări recente ale acestora şi direcții actuale de cercetare, cu scopul de a familiariza studenții cu teme moderne de investigație ştiințifică. În ultimii 20 de ani au fost evidențiate legături interesante între algebră, combinatorică şi fizica teoretică. În cadrul cursurilor din acest program, vor fi demonstrate rezultate foarte recente, care ilustrează aceste legături.

Unul dintre obiectivele programului este ca în cadrul cursurilor, în special în al III-lea si al IV-lea semestru, studenții să fie cooptați la proiecte de cercetare în direcții actuale de studiu. Li se vor propune studenților probleme de cercetare care vor putea eventual să fie continuate şi dezvoltate ulterior în cadrul unui program doctoral. Acest sistem a funcționat bine în anii precedenți la programul de master organizat de Catedra de Algebră.

Un număr important de studenți la acest program au participat la proiecte de cercetare în țară, dar şi la universități din Belgia, Canada, SUA, Spania, Italia, Germania, unde au beneficiat de burse de studiu.

## 6. PLAN DE ÎNVĂȚĂMÂNT

**Anul I (2008-2009)**

| Nr. crt. | Disciplina | Semestrul I | | | | Semestrul II | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Nr. ore curs | Nr. ore sem/ lab | Eva-luare | Nr. credite | Nr. ore curs | Nr. ore sem/lab | Eva-luare | Nr. credite |
| 1 | Inele si categorii de module | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 2 | Algebra comutativa | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 3 | Topologie | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 4 | Geometrie riemanniana | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 5 | Grupuri si reprezentari | - | - | - | | 2 | 2 | E | 7,5 |
| 6 | Algebra omologica | - | - | - | - | 2 | 2 | E | 7,5 |
| 7 | Curbe algebrice | - | - | - | - | 2 | 2 | E | 7,5 |
| 8 | Introducere în teoria fascicolelor | - | - | - | | 2 | 2 | E | 7,5 |

**Anul II (2009-2010)**

| Nr. crt. | Disciplina | Semestrul I | | | | Semestrul II | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Nr. ore curs | Nr. ore sem/lab | Eva-luare | Nr. credite | Nr. ore curs | Nr. ore sem/lab | Eva-luare | Nr. credite |
| 1 | Algebre Hopf | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 2 | Metode analitice in teoria numerelor | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 3 | Teoria algebrica a numerelor | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 4 | Combinatorica in algebra comutativa | 2 | 2 | E | 7,5 | - | - | - | - |
| 5 | Teoria multiplicativa a idealelor | - | - | - | - | 2 | 2 | E | 7,5 |
| 6 | Teoria valuarii si corpuri locale | - | - | - | - | 2 | 2 | E | 7,5 |
| 7 | Algebre Lie | - | - | - | - | 2 | 2 | E | 7,5 |
| 8 | Bazele teoriei grupurilor cuantice | - | - | - | - | 2 | 2 | E | 7,5 |

## 7.1. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: INELE ŞI CATEGORII DE MODULE**
**SEMESTRUL: AN I, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiectivul cursului:** Inele si module reprezinta notiuni oferă fundamentale pentru numeroase domenii din matematica modernă (algebră, geometrie, analiza matematica, informatica etc.). Cursul îşi propune să prezinte in detaliu proprietatile acestor obiecte, precum si sa faca o introducere in teoria categoriilor.

**Programa analitica**

1. **Module:** module, morfisme de module, submodule, module factor, teoreme de izomorfism, bimodule, inele de endomorfisme.
2. **Sume si produse directe:** definitii si proprietati**,** descompunerea inelului, module libere, inele IBN (cu proprietatea de invarianta a numarului de elemente ale bazei).
3. **Module proiective si injective:** definitii, exemple, Teorema Baer, Teorema Eckmann-Schopf.
4. **Conditii de finitudine:** module simple si semisimple, module (inele) noetheriene, module (inele) artiniene, module de lungime finita, module indecompozabile. Teoremele Jordan-Holder, Azumaya, Krull-Schmidt.
5. **Produs tensorial:** produs tensorial de module, bimodule si algebre, proprietatea de adjunctie, module plate.
6. **Concepte de baza in teoria categoriilor:** categorii, functori, transformari naturale, echivalenta si dualitate de categorii, functori reprezentabili, functori adjuncti, produse si coproduse.
7. **Inele de matrice si echivalenta categoriilor de module peste un inel si peste inele de matrice.**

**Bibliografie**


1. F. W. Anderson, K. R. Fuller, *Rings and categories of modules*, Second Edition, Graduate Texts in Math., Vol. 13, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1992.
2. T. Y. Lam, *Lectures on modules and rings*, Graduate Texts in Math., Vol. 189, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1998.
3. C. Nastasescu, *Inele. Module. Categorii*, Editura Academiei, 1978.
4. S. Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, 2nd edition, Graduate Texts in Math., Vol. 5, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1998.
5. I. D. Ion, C. Nita, S. Buzeteanu, *Capitole speciale de algebra moderna*, Tipografia Univ. Bucuresti, 1984.
6. I. D. Ion, N. Radu, *Algebra*, Ed. Didactica si pedagogica, Bucuresti, 1981.
7. J. J. Rotman, *Advanced modern algebra*, Prentice Hall, 2002.

## 7.2. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: ALGEBRĂ COMUTATIVĂ**
**SEMESTRUL: AN I, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**OBIECTIVE:** Acest curs isi propune completarea conceptelor de algebra comutativa studiate in timpul facultatii si totodata invatarea unor concepte mai dificile in vederea cercetarii in algebra comutativa.

**Programa analitica**

1. Inele de polinoame, inele de fractii.
2. Ideale prime si maximale.
3. Inele Noetheriene si Artiniene.
4. Module graduate, functii Hilbert si serii Hilbert.
5. Ideale monomiale si complexe simpliciale.
6. Ideale prime associate si descompuneri primare.
7. Dimensiune Krull.
8. Inele locale regulate.

**Bibliografie**


1. M. F. Atyiah, I. G. Macdonald, *Introduction to commutative algebra*, Addison-Wesley, 1969.
2. W. Bruns, J. Herzog, *Cohen-Macaulay rings*, Cambridge, 1998.
3. H. Matsumura, *Commutative ring theory*, Cambridge University Press 1988.
4. R. H. Villareal, *Monomial algebras*, Marcel Dekker, 2001.

## 7.3. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

**TITLUL: TOPOLOGIE**
**SEMESTRUL: AN I, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiective.** Cursul isi propune consolidarea, sistematizarea si completarea unor notiuni fundamentale de topologie generala si de topologie algebrica cu aplicatii in diverse teorii moderne. Sunt prezentate si demonstrate cateva teoreme importante.

1. Spatii topologice. Functii continue
2. Spatii topologice separate. Spatii topologice compacte. Teorema lui Tihonov
3. Spatii topologice regulate. Spatii topologice normale
4. Partitie continua a unitatii
5. Omotopie
6. Grup fundamental
7. Proiectii de acoperire
8. Complexe simpliciale. Complexe simpliciale geometrice
9. Complexe de lanturi
10. Omologie
11. Omologie simpliciala
12. Omologie singulara
13. Siruri Mayer-Vietoris
14. Coomologie
15. Aplicatii

**BIBLIOGRAFIE**


1. N. Bourbaki : Topologie générale, Hermann, Paris, 1960
2. E. Spanier : *Algebraic Topology*, Springer-Verlag. XIV, 1982
3. C. Teleman: *Elemente de topologie si varietati diferentiabile*, Ed. Did. Pedagogica , (1964)

## 7.4. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: GEOMETRIE RIEMANNIANĂ**
**SEMESTRUL: AN I, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**OBIECTIVE:** Cursul reprezinta o introducere in Geometria diferentiala globala si teoria geometrica a grupurilor Lie. Se studiaza legatura intre invariantii geometrici si topologici ai unei varietati riemanniene, demonstrandu-se unele teoreme de comparatie (care dau conditii suficiente pentru ca o varietate riemanniana sa fie homeomorfa, difeomorfa sau izometrica cu o varietate etalon, de obicei cu o forma spatiala).

**Programa analitică**

1. Elemente introductive de grupuri si de algebre Lie.
2. Conexiuni invariante pe grupuri Lie
3. Metrici semi-riemanniene invariante pe grupuri Lie
4. Proprietati globale ale geodezicelor
5. Aplicatia exponentiala. Campuri Jacobi.
6. Legatura intre curbura si comportarea geodezicelor
7. Completitudine pe varietati riemanniene. Teorema Hopf-Rinow
8. Teorema lui Hadamard
9. Clasificarea varietatilor cu curbura constanta
10. Teoreme de comparatie

**Bibliografie**

1. M. Berger, *A Panoramic View of Riemannian Geometry*, Springer, 2003
2. M. Do Carmo, *Riemannian Geometry*, Birkhauser, 1992
3. L. Nicolescu – *Grupuri Lie*, Ed. Univ. Bucuresti, 1994
4. L. Nicolescu, G. Pripoae, C. Zara – *Teoreme si probleme de grupuri Lie*, Ed. Univ. Bucuresti, 1996

## 7.5. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

**TITLUL: GRUPURI ŞI REPREZENTĂRI**
**SEMESTRUL: AN I, semestrul 2**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiectivele cursului:** Cursul prezinta concepte si rezultate importante din teoria grupurilor legate de actiuni ale grupurilor pe multimi, p-grupuri, grupuri simple. Sunt demonstrate mai multe rezultate de clasificare, totodata fiind prezentate tehnici folosite la clasificarea grupurilor finite. Este prezentata o introducere in teoria reprezentarilor de grupuri, demonstrandu-se cateva rezultate importante legate de reprezentari complet reductibile si grupuri rezolubile.

**Programa analitică**

1. Actiuni ale grupurilor pe multimi.
2. p-grupuri si teoremele lui Sylow.
3. Produse semidirecte.
4. Rezultate de clasificare pentru grupuri finite: ordin $p^2$, $p^3$, pq (p si q prime).
5. Grupuri simple.
6. Teorema Schur-Zassenhaus.
7. Serii de compozitie: teorema Jordan-Holder.
8. Grupuri nilpotente si rezolubile.
9. Categoria reprezentarilor liniare ale unui grup.
10. Reprezentari complet reductibile: teorema Maschke.
11. Teoria caracterelor grupurilor finite.
12. Teorema $p^\alpha q^\beta$ a lui Burnside.

**Bibliografie**


1. T. Albu, N. Manolache, *19 lectii de teoria grupurilor*, Editura Universitatii Bucuresti, 1987.
2. Alperin, J.L., Bell, Rowen B., *Groups and representations*, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 162 , Springer Verlag, 1995.
3. J. J. Rotman, *An Introduction to the Theory of Groups*, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 148, Springer Verlag, 1999.
4. C. Nastasescu, C. Nita, C. Vraciu, *Bazele algebrei*, Editura Academiei, 1986.
5. D. Popescu, C. Vraciu, *Elemente de teoria grupurilor finite*, Editura Stiintifica si enciclopedica, 1986.

## 7.6. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

**Titlul: Algebra omologica**
**Statutul: obligatoriu**
**Nr.ore/sapt.: 2 curs ; 2 seminar**
**Anul/Semestrul: Anul I, Semestrul II**
**Forma de examinare: examen**
**Credite: 7,5**

**Obiective:** Algebra omologică oferă instrumente şi tehnici de lucru fundamentale pentru numeroase domenii din matematica modernă (algebră, geometrie algebrică şi diferenţială, topologie algebrică, analiză complexă, teoria operatorilor, etc.). Cursul îşi propune să realizeze o introducere în algebra omologică, prezentând noţiunile şi rezultatele de bază: complexe de (co)lanţuri şi (co)omologia complexelor, rezoluţii proiective şi injective, construcţia functorilor derivaţi, precum şi aplicaţii ale acestora la studiul grupurilor, şi algebrelor asociative.

**Programa**

1. **Categorii şi functori:** Definiţii, exemple, functori aditivi, functori exacţi.
2. **Complexe de lanţuri şi colanţuri:** Definiţii şi proprietăţi elementare. Categoria complexelor de (co)lanţuri. Operaţii cu complexe, şiruri exacte de complexe. Morfisme omotope. Exemple din alte domenii ale matematicii.
3. **(Co)omologia complexelor:** Definiţie şi proprietăţi elementare. Şirul exact lung în (co)omologie şi aplicaţii ale acestuia la calculul (co)omologiei.
4. **Module proiective şi injective:** Caracterizări echivalente. În categoriile de module există suficiente obiecte injective şi proiective.
5. **Rezoluţii proiective şi injective:** Existenţa rezoluţiilor proiective şi injective în categorii de module. Teorema de comparare a rezoluţiilor. Exemple.
6. **Functori derivaţi:** Construcţie. Proprietăţi ale functorilor derivaţi.
7. **Functorii Tor şi Ext**: Caracterizări ale modulelor proiective, injective şi plate folosind Tor şi Ext. Dimensiune proiectivă, injectivă, plată şi globală. Inele de dimensiune mică. Functorul Ext si extensiile de module.
8. **Aplicaţii ale functorilor derivaţi la studiul grupurilor:** Definirea (co)omologiei grupurilor. Rezoluţia Bar. Complexul standard. Clasificarea extensiilor cu nucleu abelian. Calculul (co)omologiei grupurilor ciclice.
9. **Aplicaţii ale functorilor derivaţi la studiul algebrelor asociative:** (Co)omologiei Hochschild. Rezoluţia şi complexul standard. Calculul primului grup de coomologie Hochschild. Clasificarea extinderilor de algebre. Algebre de dimensiune Hochschild cel mult.

**Bibliografie**


1. *Joseph J. Rotman*, **An Introduction to Homological Algebra**, Pure and Applied Mathematics, Academic Press, 1979.
2. *L.R. Vermani*, **An Elementary Approach to Homological Algebra**, CRC Press, 2003.
1. *Charles Weibel*, **An introduction to homological algebra**, Cambridge University Press, 1994.

## 7.7. FIȘA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: CURBE ALGEBRICE**
**SEMESTRUL: AN I, semestrul 2**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**OBIECTIVE:**

La sfarsitul cursului, studentii vor fi capabili:

1. sa identifice invarianti ai curbelor algebrice si sa decida daca doua curbe date sunt izomorfe (biregulat sau birational)
2. sa utilizeze sisteme liniare de divizori pentru a determina morfisme ale curbelor proiective netede
3. sa caracterizeze diverse clase de curbe algebrice
4. sa aplice metodele geometriei algebrice in rezolvarea unor probleme clasice

**Programa analitica**

**Inele de polinoame si module peste inele de polinoame:** teorema bazei, teorema zerourilor, polinomul Hilbert. Baze Groebner.

**Curbe afine plane:** functii regulate, inelul de coordinate, functii rationale, inelul local al unui punct, spatiul tangent, conul tangent. Probleme de clasificare a curbelor afine plane.

**Curbe proiective plane:** functii rationale, spatiul tangent. Teorema lui Bezout.

**Curbe proiective netede:** divizori, genul unei curbe. Teorema Riemann-Roch. Scufundari ale curbelor netede. Inegalitatea Castelnuovo. Probleme de clasificare.

**Rezolutia de singularitati** pentru curbele plane. Modele nesingulare ale curbelor.

**Bibliografie**


1. Fulton, W., *Algebraic curves. An introduction to Algebraic Geometry,* W.A. Benjamin Inc., 1969.
2. Hartshorne, R., *Algebraic Geometry,* Springer- Verlag, New York, 1977.
3. Hulek, K., *Elementary Algebraic Geometry,* Student Math Library, vol.20, 2000.
4. Walker, R.J., *Algebraic Curves*, Princeton Univ., 1950.

## 7.8. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: INTRODUCERE ÎN TEORIA FASCICOLELOR**
**SEMESTRUL: AN I, semestrul 2**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**OBIECTIVE:**

Scopul cursului este sa ofere o introducere elementara in teoria fascicolelor peste spatii topologice si, mai ales, peste varietati. In particular, se va introduce coomologia cu coeficienti in fascicole si se va schita demonstratia teoremei lui de Rham abstracte. Asemenea notiuni sunt fundamentale pentru cursurile mai avansate de topologie, de functii de mai multe variabile complexe, de geometrie algebrica si de geometrie diferentiala.

**Programa analitica**

1. Spații topologice. Generalități (conexiune, separare, compacitate, paracompacitate).
2. Varietăți reale şi complexe. Generalități (definiții, morfisme, exemple).
3. Partiția unității pe spații topologice şi varietăți diferențiabile.
4. Prefascicole. Morfisme de prefascicole. Secțiuni.
5. Fascicole. Legătura cu prefascicolele.
6. Rezoluții de fascicole.
7. Şiruri exacte de fascicole.
8. Fascicole moi şi fascicole flasce.
9. Coomologie cu coeficienți într-un fascicol.
10. Coomologie Čech. Clasificarea fibraților vectoriali de rang 1.
11. Teorema lui de Rham abstractă.

**Bibliografie**


1. R. Godement, *Topologie algébrique et théorie des faisceaux*. Hermann, Paris, 1973.
2. R.O. Wells, *Differential analysis on complex manifolds*, Springer, 1979.
3. G.E. Bredon, *Sheaf theory*, Springer, 1997.

## 7.9. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: ALGEBRE HOPF**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiectivul cursului**: Sunt definite conceptele de coalgebra si comodul prin dualitate fata de cele de algebra si modul. Sunt prezentate constructii de baza pentru coalgebre si comodule si sunt definite clase speciale de coalgebre. Sunt definite conceptele de bialgebra si algebra Hopf si sunt prezentate numeroase exemple care sa arate cum apar astfel de obiecte in numeroase ramuri ale matematicii. Sunt studiate integralele pentru algebre Hopf si este demonstrata unicitatea integralelor in cazul finit dimensional. Integralele sunt folosite pentru a demonstra o versiune a teoremei lui Lagrange pentru algebre Hopf finit dimensionale, pentru a arata finitudinea ordinului antipodului in algebre Hopf finit dimensionale si pentru a dezvolta o teorie Galois pentru actiuni si coactiuni de algebre Hopf pe algebre.

**Programa analitică**:
1. Algebre şi coalgebre.
2. Module şi comodule.
3. Bialgebre şi algebre Hopf.
4. Integrale pentru algebre Hopf.
5. Algebre Hopf semisimple.
6. Module Hopf.
7. Ordinul antipodului in algebre Hopf finit dimensionale.
8. Teorema Nichols-Zoeller.
9. Actiuni si coactiuni ale algebrelor Hopf pe algebre.
10. Teorie Hopf-Galois.
11. Categorii de module Doi-Koppinen, coinele şi structuri generalizate de module Hopf.

**Bibliografie**

1. M. Sweedler, *Hopf Algebras*, Benjamin, New-York, 1969.
2. E. Abe, *Hopf Algebras*, Cambridge Univ. Press., 1977.
3. S. Dăscălescu, C. Năstăsescu, Ş. Raianu, *Hopf algebras: an introduction*, Marcel Dekker, 2000.
4. Tomasz Brzezinski, Robert Wisbauer, *Corings and Comodules*, Series: London Mathematical Society Lecture Note Series (No. 309), Cambridge University Press.

## 7.10. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: METODE ANALITICE ÎN TEORIA NUMERELOR**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiectivul cursului**: Studierea principalelor metode folosite în teoria analitică a numerelor. Distribuția numerelor prime. Probleme aditive de teoria numerelor.

**Programa analitică**:

1. Funcții aritmetice.
2. Metoda ciurului. Aplicații la teorema Brun.
3. Densitate Schnirelmann. Aplicații la problema Waring şi teorema lui Schnilermann-Goldbach.
4. Teorema corpului convex. Aplicaþie la teorema lui Gauss.
5. Serii Dirichlet. Teorema elementului prim.

**Bibliografie**


1. Blanchard, A., *Initiation a la theorie analytique des nombres premieres*, Dunod, Paris, 1969.
2. Ghelfond A. O., Linnic Yu., *Elementary methods in the analythic theory of numbers*, Pergamon Press, Oxford-London-New York, 1966.
3. Gica A., Panaitopol L., *Probleme celebre de teoria numerelor*, Editura Universității Bucureşti, 1998.

## 7.11. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: TEORIA ALGEBRICĂ A NUMERELOR**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiectivele cursului**

O introducere in teoria clasica a numerelor care sa foloseasca limbajul, metodele si rezultatele moderne ale algebrei.

Dezvoltarea deprinderilor de a folosi algebra abstracta in situatii concrete si variate.

Initierea unui punct de vedere algebric-computational in rezolvarea problemelor de teoria numerelor.

Prezentarea unor probleme celebre de teoria numerelor atat pentru cultura generala cat si pentru formarea de specialisti in domeniu

**Programa analitica**

1. Corpuri de numere algebrice; norma, urma, discriminant
2. Corpuri patratice si corpuri ciclotomice; alte exemple.
3. Inele de intregi algebrici.
4. Baze intregi si discriminantul corpurilor de numere algebrice.
5. Domenii Dedekind
6. Finitudinea numarului de clase de ideale.
7. Extinderi de ideale.
8. Unitati.
9. Teorema Kronecker-Weber.

**Bibliografie**


1. Paulo Ribenboim, *Clasical Theory of algebraic numbers*. Springer, 2001
2. Z.I. Borevici, Z. Schafarevici, *Teoria numerelor*. Ed. stiintifica si enciclopedica, 1985
3. C. Vraciu, M. Vraciu, *Elemente de aritmetica*. Ed. All, 1998
4. K.Ireland, M.Rosen, *An introduction to modern number theory*. Springer, 1982
5. G.J.Janusz, *Algebraic number fields*.

## 7.12. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: COMBINATORICĂ ÎN ALGEBRA COMUTATIVĂ**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 1**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiective:** In prima parte cursul isi propune sa prezinte studentilor concepte de baza din algebra comutativa, precum si principalele clase de inele cu care se lucreaza in acest domeniu.

Studiul bazelor Groebner este inclus in scopul de a introduce studentii in studii recente din algebra comutativa si pentru a-i initia in folosirea calculatorului pentru determinarea unor invarianti numerici care se asociaza inelelor comutative.

Urmeaza apoi studiul celor mai importante clase de inele Cohen-Macaulay: inelele Stanley-Reisner, inelele determinantale si inelele afine semigrupale. Acestea au dat trei directii de cercetare semnificative in domeniul algebrei comutative si astfel studentii sunt indrumati catre studiul unor lucrari recente din acest domeniu si mai apoi catre cercetari proprii.

**Programa analitica**

1. Siruri regulate. Notiunile de *grade* si *depth*.
2. Inele si module Cohen-Macaulay.
3. Algebre graduate, rezolutii libere graduate, invarianti numerici.
4. Baze Groebner. Algoritmul Buchberger.
5. Inele Stanley-Reisner.
6. Inele determinantale.
7. Inele afine semigrupale.

**Bibliografie**


1. T. Albu, S. Raianu, *Lectii de algebra comutativa*, Editura Universitatii Bucuresti 1984.
2. C. Baetica, *Combinatorics of determinantal ideals*, Nova Science Publisher 2006.
3. W. Bruns, J. Herzog, *Cohen-Macaulay rings*, Cambridge University Press, 1998.
4. D. Eisenbud, *Commutative algebra with a view toward algebraic geometry*, Springer 1995.

## 7.13. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: TEORIA MULTIPLICATIVĂ A IDEALELOR**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 2**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiectivele cursului**

Cursul reprezinta o introducere in "Teoria Multiplicativa a idealelor" - domeniu de cercetare actual in teoria inelelor comutative ne-noetheriene. Acest domeniu are anumite legaturi cu algebra locala si cu teoria algebrica a numerelor. Este un domeniu de cercetare in care se pot da usor probleme de cercetare de dificultate adaptata capacitatii fiecarui student masterand. Dupa expunerea unui aparat tehnic general de teoria inelelor comutative integre (extinderi intregi, teoria valuarii, domenii Prufer si cu cmmdc), se prezinta doua directii importante de cercetare in domeniu: star-operatii si teoria factorizarii in domenii de integritate.

**Programa analitica.**

1. Extinderi intregi.
2. Teoria valuarii.
3. Domenii Prufer.
4. Domenii cu cmmdc.
5. Star operatii.
6. Factorizare in domenii de integritate.

**Bibliografie**


1. R. Gilmer, *Multiplicative ideal theory*. Corrected reprint of the 1972 edition. Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics, 90. Queen's University, Kingston, ON, 1992.
2. F. Halter-Koch, *Ideal systems. An introduction to multiplicative ideal theory*. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics, 211. Marcel Dekker, Inc., New York, 1998.

## 7.14. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: TEORIA VALUĂRII ŞI CORPURI LOCALE**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 2**
**STATUTUL : Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE : Examen scris**
**NR. CREDITE : 7,5**

**Obiective**: Teoria valuarii, initiata si dezvoltata incepand din prima jumatate a secolului XX, s-a dovedit un instrument de investigare util, precum si un liant intre algebra, topologie si aritmetica. In ultimele decenii, aplicatiile metodelor si rezultatelor teoriei valuarii in fizica, dar si in alte stiinte, precum biologia, au contribuit la cresterea semnificativa a interesului pentru acest domeniu. Prezentul curs propune expunerea conceptelor si rezultatelor de baza privind corpurile valuate, evidentierea unei aplicatii legate de tematica altor cursuri din cadrul programului de master, dar si semnalarea unor aplicatii in stiintele experimentale.

**Programa analitica**:
1. Valuari si valuari absolute pe inele si corpuri, inele de valuare.
2. Teorema de aproximare si independenta valuarilor.
3. Topologia determinata de o valuare absoluta.
4. Corpuri valuate complete, lema lui Hensel, aplicatii.
5. Prelungirea unei valuari, extinderi neramificate, extinderi total ramificate.
6. Corpuri locale, corpuri de numere p-adice si corpuri de serii formale peste corpuri finite.
7. Aplicatii: corpuri de serii fractionare si teorema Newton-Puiseux.
8. Clasificarea algebrelor cu diviziune finite peste corpuri locale.
9. Analogul p-adic al corpului numerelor complexe.
10. Masuri cu valori p-adice.

**Bibliografie**:

1. E. Artin, *Algebraic numbers and algebraic functions*.
2. Z. Borevic, I. R. Shafarevici, *Teoria numerelor*.
3. N. Jacobson, *Basic algebra*, vol. II.
4. I. Reiner, *Maximal orders*, A. P. 1975.
5. J. P. Serre, *Corps locaux*, Herman, 1962.
6. A. Khrennikov, *Non-Archimedian analysis, quantum paradoxes, dinamical systems and biological models*, Kluwer 1997.

## 7.15. FIŞA UNITĂȚII DE CURS

**TITLUL: ALGEBRE LIE**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 2**
**STATUTUL : Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ : Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE : Examen scris**
**NR. CREDITE : 7,5**

**Obiective** Sunt prezentate conceptele de baza ale teorie algebrelor Lie. Sunt definite clase importante de algebre Lie si sunt prezentate proprietati ale algebrelor Lie semisimple si ale reprezentarilor acestora.

**Programa analitica**

1. Algebre Lie: definitii, exemple clasice de algebre Lie, subalgebre, ideale, Algebre cat, Morfisme de algebre Lie.
2. Clasificarea algebrelor Lie de dimensiuni mici.
3. Module si reprezentari: clasificarea reprezentarilor ireductibile pentru sl(2, C).
4. Algebre nilpotente, Teorema Engel.
5. Algebre rezolubile, descompunere Jordan Chevalley, Teorema Lie.
6. Algebre semisimple, forma Killing, criteriul Cartan pentru rezolubilitate si semisimplicitate.
7. Ireductibilitate si indecompozabilitate, Teorema Weyl.
8. Sisteme de radacini, descompunerea in spatii de radacini a unei algebre Lie.
9. Algebra anvelopanta a unei algebre Lie. Teorema Poincare-Birchoff-Witt.

**Bibliografie**


1. K. Erdmann, M. J. Wildon. *Introduction to Lie Algebras*. Springer (2006)
2. J.E. Humphreys. *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*, Graduate Texts in Mathematics. Springer (1997)
3. N. Jacobson. *Lie algebras,* Interscience Publishers (1961)

## 7.16. FIŞA UNITĂŢII DE CURS

**TITLUL: BAZELE TEORIEI GRUPURILOR CUANTICE**
**SEMESTRUL: AN II, semestrul 2**
**STATUTUL: Obligatoriu**
**NR. ORE/SĂPTĂMÂNĂ: Curs 2 ore, Seminar 2 ore**
**FORMA DE EXAMINARE: Examen scris**
**NR. CREDITE: 7,5**

**Obiectivul cursului**: Sunt prezentate tehnici de teoria categoriilor, incluzând dezvoltările foarte recente în direcția categoriilor braided, care au aplicații în clasificarea algebrelor Hopf, în teoria grupurilor cuantice şi la ecuaţii neliniare. De asemenea sunt prezentate elemente din teoria grupurilor cuantice şi aplicaţii la rezolvarea ecuaţiei Yang-Baxter cuantice, provenită din fizică, precum şi la clasificarea algebrelor Hopf finit dimensionale.

**Programa analitica**:
1. Categorii monoidale. Teorema de coerenta a lui Mac Lane.
2. Algebre si coalgebre in categorii monoidale. Categorii de (co)reprezentari.
3. Categorii braided monoidale. Algebre Hopf braided.
4. Centrul stang/dreapt al unei categorii monoidale si legatura dintre cele doua constructii.
5. Categorii de module Yetter-Drinfeld.
6. Algebre Hopf (co)quasi-triangulare.
7. Constructia dublului cuantic.
8. Structura unei algebre Hopf cu proiectie. Procedeul de transmutare/bozonizare.
9. Teorema FRT.
10. Grupuri cuantice ce se obtin din teorema FRT si algebre Hopf braided asociate lor.
11. Ecuația cuantică Yang-Baxter.
12. Grupoizi cuantici.
13. Categorii braided monoidale şi teoreme de reconstrucție Tannaka-Krein.

**Bibliografie**

1. C. Kassel, *Quantum Groups*, Springer-Verlang 1995.
2. Lambe şi D. Radford, *Introduction to the quantum Yang-Baxter equation and quantum groups: an algebraic approach*, Kluwer Academic Publishers, 1997.
3. S. Majid, *Foundations of quantum groups theory*, Cambridge Univ. Press, 1995.
4. S. Mac Lane, *Categories for the working mathematician*, 2nd edition, Springer Verlag
5. S. Caenepeel, G. Militaru, S. Zhu, *Frobenius and separable functors for generalized module categories and nonlinear equations*, Lecture Notes in Math. 1787, Springer Verlag, 2002.

## 8.1. PROGRAMA ANALITICĂ
## pentru concursul de admitere

### Prima probă – examen scris

### Programă

1. **Grupuri:** Grup, subgrup, morfisme de grupuri. Relatii de echivalenta pe un grup in raport cu un subgrup. Teorema lui Lagrange. Subgrup normal, grup factor. Teorema fundamentala de izomorfism pentru grupuri. Ordinul unui element intr-un grup. Grupuri ciclice. Grupul permutarilor unei multimi finite. Cicluri, descompunerea unei permutari in produs de cicli si de transpozitii.
2. **Inele si corpuri:** Inel, subinel, ideal. Morfisme de inele. Inel factor. Teorema fundamentala de izomorfism pentru inele. Corp, subcorp, morfisme de corpuri. Caracteristica unui corp. Corpul fractiilor unui domeniu de integritate. Inele de polinoame in una sau mai multe nedeterminate. Polinoame simetrice, teorema fundamentala a polinoamelor simetrice (*demonstratia existentei*)
3. **Spatii vectoriale:** Spatii vectoriale, aplicatii liniare. Spatiul vectorial factor. Teorema fundamentala de izomorfism. Baza si dimensiune pentru spatii vectoriale (cazul finit generat).: proprietati.
4. **Determinanti si sisteme de ecuatii liniare:** Determinanti: proprietati. Determinantul produsului a doua matrice. Matrice inversabile. Rangul unei matrice. Compatibilitatea sistemelor de ecuatii liniare. Sisteme liniare omogene. Rezolvarea sistemelor compatibile.
5. **Teorie Jordan:** Matricea asociata unui endomorfism. Vectori si valori proprii. Polinomul caracteristic si polinomul minimal. Teorema Hamilton-Cayley si teorema lui Frobenius. Matrice asemenea, forma canonica Jordan.

### Bibliografie

1. Ion D. Ion, N. Radu; *Algebra*, EDP, Bucuresti, 1981.
2. C. Nastasescu, C. Nita, C. Vraciu; *Bazele Algebrei Vol 1*, Ed. Academiei, 1986.
3. C. Nastasescu, C. Nita, C. Vraciu; *Aritmetică şi Algebră*, EDP, Bucuresti, 1992.
4. T. Dumitrescu; *Algebra*; Ed. Univ. din Bucuresti, 2006.
5. Ion D. Ion, C. Nita, D. Popescu; N. Radu ; *Probleme de algebra,* EDP, Bucuresti, 1981
6. C. Baetica, S. Dascalescu ; *Probleme de algebra* ; Tip. Univ. Bucuresti, 1993.

## 8.2. PROGRAMA ANALITICĂ
## pentru concursul de admitere

### A doua probă – examen oral

Candidatii vor prezenta la intrarea in examen un numar de 8 subiecte din cursurile de algebra si teoria numerelor din anii II si III. Candidatii vor defini notiunile de baza si vor enunta rezultatele principale legate de subiectele primite. Nu se cer demonstratii detaliate ale rezultatelor prezentate.

**Exemple orientative de subiecte pentru examenul oral**

1. Divizibilitate in inele
2. Inele factoriale
3. Inele principale
4. Inele euclidiene
5. Ideale prime si ideale maximale
6. Factorialitatea inelelor de polinoame (teorema lui Gauss)
7. Criterii de ireductibilitate pentru polinoame
8. Grupuri rezolubile
9. Structura grupurilor abeliene finit generate
10. Corpuri prime
11. Elemente algebrice si elemente transcendente. Extinderi algebrice
12. Corpul de descompunere al unui polinom
13. Corpuri algebric inchise
14. Teorema fundamentala a algebrei
15. Inchiderea algebrica a unui corp (existenta si unicitatea)
16. Teorema lui Wedderburn
17. Existenta si unicitatea corpurilor finite
18. Extinderi algebrice normale
19. Extinderi algebrice separabile
20. Teorema elementului primitiv
21. Teorema fundamentala a teoriei lui Galois
22. Criteriul de rezolvabilitate al lui Galois
23. Submodul, submodul generat de o submultime, sume de submodule
24. Modul factor. Teoreme de izomorfism pentru module
25. Sume si produse directe de module
26. Module libere
27. Functii aritmetice
28. Legea de reciprocitate patratica
29. Reprezentarea numerelor ca suma de patrate
30. Ecuatia Pell
31. Marea teorema a lui Fermat pentru exponentii n=3 si n=4
32. Rezultate privind distributia numerelor prime
33. Formula de inversiune a lui Mobius
34. Teorema Bertrand-Cebasev

**Bibliografie**


1. Ion D. Ion, N. Radu; *Algebra*, EDP, Bucuresti, 1981.
2. C. Nastasescu, C. Nita, C. Vraciu; *Bazele Algebrei Vol 1*, Ed. Academiei, 1986.
3. Ion D. Ion, C. Nita, D. Popescu; N. Radu ; *Probleme de algebra,* EDP, Bucuresti, 1981.
4. A. Gica, L. Panaitopol ; *O introducere in aritmetica si teoria numerelor* ; Ed. Univ. Bucuresti, 2001.
5. V. Alexandru, N.M. Gosoniu ; *Elemente de teoria numerelor*; Ed. Univ. Bucuresti, 1999.